Anweisung zum Rechnen für Bürger- und Land-Schulen

König, Georg Ludwig

Oldenburg, 1800

VD18 13391704

Funfzehntes Kapittel. Von der Kettenregel.

Funfzehntes Kapittel.

Von der Kettenregel.

§. 84.

Vergleichung von Maaßen, Gewichten und Geldsorten.

Zwey Gewichte werden verglichen, wenn man dieselbe Quantität Waare nach beiden bestimmt, die Gewichte selbst aber werden mit den verschiedenen Zahlen von Pfunden, Lothen u. s. w. welche die Bestimmung gab, in einem umgekehrten Verhältniß stehen. Wenn eine gewisse Quantität Waare in Oldenburg 784 Pfund wiegt, und dieselbe in Bremen 777 Pfund; so sind 784 Oldenburger Pfund einerley mit 777 Bremer Pf.; und ein Oldenburger Pfund wird sich zum Bremer Pfund verhalten wie 777 : 784 oder wie 111 : 112. Eben dies gilt auch von Maaßen, nur daß dort gewogen, hier gemessen wird. Aus der Vergleichung also von verschiedenen Maaßen und Gewichten lernt man ihr Verhältniß zu einander kennen. Münzsorten mit einander vergleichen, heißt eine Anzahl Stücke von der einen Sorte bestimmen, welche mit einer bestimmten Anzahl Stücke von der andern Sorte gleichen Werth hat, dies ist dann erst möglich, wenn man weiß, wie sie sich zu einander verhalten. Ihr Verhältniß aber fängt nicht bloß von ihrem innern Gehalte, sondern auch von andern zufälligen Umständen ab.

Man kann aber auch zwey Gewichte oder Maaßen mittelbar mit einander vergleichen, ohne daß man eine Quantität Waare nach beiden bestimmt, wenn ein drittes Gewicht mit beiden verglichen ist, z. B. wenn die Frage wäre: Wie verhalten sich Londener Pfunde zu Venediger? und man wüßte, daß 16 Londener Pfund einerley mit 15 Hamburger Pfund wären, und 5 Hamburger einerley mit 8 Venediger; so könnte man erst 1 Londener Pfund nach Hamburger Pfunden bestimmen

16 Lond. Pf. : 15 Hamb. Pf. = 1 Lond. Pf. : y Hamb. Pf.

Nun wird sich leicht bestimmen lassen, was y Hamb. Pfund zu Venedig sind.

5 Hamb. Pf. : 8 Ven. Pf. = y Hamb. Pf. : x Ven. Pf.

Setzt man beide Proportionen unter einander, so ist nach §. 61

16 Lond. Pf. : 15 Hamb. Pf.
5 Hmb. P. : 8 Vened. P. = 1 Lond. Pf. : x Ven. Pf.

Nun ist $x = \frac{15 \times 8}{5 \times 16} = \frac{3}{2}$, also 1 Lond. Pf. ist einerley mit $\frac{3}{2}$ Vened. Pf., und das Verhältniß des Londener Pf. zum Venediger ist wie $\frac{3}{2} : 1$ oder wie $3 : 2$.

Wollte man den Pariser Fuß mit dem Hamburger Fuß vergleichen, und man fände den Englischen Fuß mit dem Französischen aber nicht mit dem Hamburgischen verglichen; so müßte man einen vierten Fuß suchen, der mit dem Englischen und Hamburgischen verglichen wäre. Wenn nun 17 Hamburger Fuß = 16 Englische F.; und 14 Engl. F. = 15 Amsterdammer F., und 8 Amsterd. F. = 7 Französ. F. wärt; so würde man folgende Proportionen haben

17 Hamb. F. : 16 Engl. F. = 1 Hamb. F. : m Engl. F.
14 Engl. F. : 15 Amst. F. = m Engl. F. : n Amst. F.
8 Amst. F. : 7 Franz. F. = n Amst. F. : x Franz. F.

und nach §. 61

$$\left.\begin{array}{l} \text{17 Hamb. F. : 16 Engl. F.} \\ \text{14 Engl. F. : 15 Amst. F.} \\ \text{8 Amst. F. : 7 Franz. F.} \end{array}\right\} = \text{1 Hmb. F. : x Franz. F.}$$

und nach §. 64

$$\left.\begin{array}{r} \text{x Franz. F.} \\ \text{17 Hmb. F.} \\ \text{14 Engl. F.} \\ \text{8 Amst. F.} \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l} \text{1 Hamb. F.} \\ \text{16 Engl. F.} \\ \text{15 Amst. F.} \\ \text{7 Franz. F.} \end{array}\right.$$

$$x.17.14.8 = 1.16.15.7$$
$$x.17 = 15$$
$$x = \tfrac{15}{17}$$

also 1 Hamb. F. einerley mit $\frac{15}{17}$ Franz. F.; und der Hamb. F. verhält sich zum Franz. F. wie $\frac{15}{17}$: 1, oder wie 15 : 17.

Statt des Multiplicationszeichens × ist hier (.) gebraucht.

§. 85.

Allgemeine Regel für solche Vergleichung.

Will man zwey Gewichte oder Maaßen oder Münzsorten mittelbar mit einander vergleichen, nämlich M und N, so suche man ein drittes Gewicht oder Maaß oder eine dritte Münzsorte, welche schon mit M und N verglichen ist, diese sey B. Nun sey mM = nB, und pB = qN, wenn m, n, p, q Zahlen bedeuten. Nun setze man 1M = xN, und schreibe xN linker Hand hin, ihm gegenüber 1M; unter xN setze man mM, ihm gegenüber das, womit es gleich ist, nämlich nB; unter mM setze man pB, und ihm gegenüber das, womit es gleich ist, nämlich qN. Also

$$\begin{array}{r}
xN - 1M \\
mM - nB \\
pB - qN \\
\hline
\end{array}$$

$$x.m.p = n.q \text{ oder } x = \frac{n.q.}{m.p.}$$

Also 1M ist einerley mit $\frac{n.q.}{m.p.}$ N; oder m. p. M ist einerley mit n. q. N, und M verhält sich zu N wie n. q : m. p.

Fände man aber B nur mit M verglichen, aber nicht mit N, so müßte man ein viertes suchen, welches mit B und N verglichen wäre, dies sey C, und es sey nun rB = tC, und uC = rN, wo r, t, u, v wieder Zahlen bedeuten. Wenn man nun xN linker Hand, und ihm gegenüber rechts 1M hingeschrieben, so ordne man das übrige so, daß man unter xN das setzt, was mit 1M gleichnamig ist, also mM, ihm gegenüber, was mit ihm einerley ist, also nB; unter mM das, was mit nB gleichnamig ist, also rB; ihm gegenüber, was mit ihm einerley ist, also tC; unter rB das, was mit tC gleichnamig ist, also uC, ihm gegenüber, was mit ihm einerley ist, u. s. w.

$$\begin{array}{r}
xN - 1M \\
mM - nB \\
rB - tC \\
uC - vN. \\
\hline
\end{array}$$

$$x.m.r.u. = n.t.v \text{ und } x = \frac{n.t.v.}{m.r.u.}$$

Also

Also 1M ist einerley mit $\frac{n.t.v}{m.r.u.}$ N, oder m. r. u. M ist einerley mit n.t.v.N, und M verhält sich zu N wie n.t.v. : m.r.u. Wäre nun C wohl mit B aber nicht mit N verglichen, so müßte man ein fünftes suchen, dies sey D; wenn nun bC = cD, und eD = fN, so hat man, wenn die gegebene Regel in Rücksicht der Ordnung befolgt wird

$$\begin{aligned} xN &= 1M \\ mM &= nB \\ rB &= tC \\ bC &= cD \\ eD &= fN \end{aligned}$$

$$x.m.r.b.e = n.t.c.f., \text{ und } x = \frac{n.t.c.f.}{m.r.b.e}$$

Also 1M ist einerley mit $\frac{n.t.c.f.}{m.r.b.e}$N, oder m.r.b. e.M ist einerley mit n.t.c.f.N, und M verhält sich zu N wie n.t.c.f : m.r.b.e.

Wenn nun D wohl mit C aber nicht mit N verglichen wäre, so müßte man ein sechstes suchen, welches mit D und N verglichen wäre, und übrigens wie oben verfahren. Einige Beyspiele werden die Regel deutlich machen.

Man soll Dukaten mit Oldenburger kl. Cour. vergleichen, oder finden, wieviel 1 Dukate in Oldenburger kl. Cour. ist. Wenn nun 1 Dukate = 2 Rthlr. Dukat; 100 Rthlr. Duk. = 100$\frac{3}{4}$ Rthlr. Hamb. Bco., und 100 Rthlr. Hamb. Bco. = 130 Rthlr. in N$\frac{2}{3}$tel, endlich 100 Rthlr. in N$\frac{2}{3}$tel = 125 Rthlr. Oldenburger kl. Cour. ist so hat man

x	Rt. Old. kl. Cour.	—	1 Dukat.
1	Dukat	—	2 Rthlr. Dukat
100	Rthlr. Dukat	—	$100\frac{3}{4}$ Rthlr. Hamb. Bo.
100	Rthlr. Hamb. Bo.		130 Rthlr. in N$\frac{2}{3}$tel
100	Rthlr. in N$\frac{2}{3}$tel	—	125 Rtlr. Old. kl. Cour.

1 Dukat ist einerley mit $3\frac{409}{1600}$ Rtl. Oldenb. kl. Cour.

Man soll Dänische Thaler mit Thalern in Louisd'or vergleichen, oder finden, wieviel 1 Dänischer Thaler in Thalern in Louisd'or ist. Wenn nun $123\frac{3}{4}$ Rthlr. Dän. $=$ 100 Rthlr. Hamb. Bo.; $101\frac{7}{8}$ Rthlr. Hamb. Bo. $=$ 100 Rthlr. Dukat. Bo., 2 Rthlr. Dukat Bo. $=$ $2\frac{3}{4}$ Rthlr. Leip. Dukat, und 100 Rthlr. Leip. Dukat. $=$ $103\frac{1}{9}$ Rthlr. in Louisd'or ist, so hat man

x	Rtlr.	in Louisd'or	—	1	Rtlr.	Dän.
$123\frac{3}{4}$	—	Dän.	—	100	—	Hamb. Bo.
$101\frac{7}{8}$	—	Hamb. Bo.	—	100	—	in Duk. Bo.
2	—	Duk Bo.	—	$2\frac{3}{4}$	—	Leip. Dukat.
100	—	Leip. Dukat.	—	$103\frac{1}{8}$	—	in Louisd'or.

1 Rtl. Dän ist einerley mit $1\frac{671}{5379}$ Rtl. in Louisd.

Wie das letzte aus dem Aufsatze ist gefunden worden, soll unten deutlich gezeigt werden; für jetzt beschäftigt uns noch die Frage, wie solche Aufgaben richtig aufzusetzen sind.

§ 86.

Der Aufsatz ist eine Gleichung, deren beyde Hälften aus Factoren bestehen. Der oberste Factor in der Kolumne rechter Hand ist mit dem zweiten in der Kolumne linker Hand; der zweite Factor in jener mit dem dritten in dieser; der dritte Factor in jener mit dem vierten in dieser, u. s. w.; der letzte

letzte in jener mit dem obersten in dieser gleichnamig; und jedem Factor in der Kolumne linker Hand steht das, was mit ihm einerley ist, in der Kolumne rechter Hand gegenüber. Daß dieses immer in Fällen dieser Art statt finden muß, erhellet aus den §. 84 unter einander gesetzten Proportionen; in jeder von diesen ist das zweite Glied und das vierte gleichnamig, so auch das letzte Glied jeder vorhergehenden mit dem ersten Gliede der nachfolgenden. Wegen dieser Folge von gleichnamigen Factoren nennt man diese Gleichung einen **Kettensatz**, und die Anweisung eine solche Gleichuug aufzusetzen und aufzulösen die **Kettenregel**.

§ 87.

Die Aufgaben, worin gefragt wird, wieviel eine bestimmte Anzahl Einheiten von einem gewissen Maaße oder Gewichte oder einer Münzsorte nach einem andern Maaße oder Gewichte oder in andern Münzsorten betragen, sind in jeder Rücksicht mit den vorigen Aufgaben gleich, werden also nach eben der Regel aufgesetzt, nur schreibt man statt im §. 85 die gegebene Anzahl Einheiten hin, z. B. Wieviel betragen 3600 Mark Hamburger Bco. in Oldenburger kl. Cour. Wenn man nun findet, daß 3 Mark Bco. = 1 Rthlr. Bco.; 100 Rthlr. Bo. = 134 Rthl. in N$\frac{2}{3}$tel und 100 Rthl. in N$\frac{2}{3}$tel = 130 Rthlr. in kl. Cour. ist; so ist der Aufsatz

x Old. kl. Cour.	—	3600 Mark Hamb. Bco.
3 Mark Hmb. Bo.	—	1 Rtlr. Hamb. Bco.
100 Rthl. — —	—	134 in N$\frac{2}{3}$tel
100 — in N$\frac{2}{3}$tel	—	130 in Oldenb. kl. Cour.

also 3600 Mk. Hb. B. einerley mit $2090\frac{2}{5}$ R. Old. kl. C.

Wieviel betragen 6 Lübecker Last Korn nach Oldenburger Maaße. Nun sind 69 Lübecker Last = 70 Last Hamburger; und $8\frac{29}{30}$ Last in Hamburg = 9 Last Oldenb. Maaß.

x Last Oldenb. — 6 Last Lüb.
69 — Lüb. — 70 — Hamb.
$8\frac{29}{30}$ — Hamb. — 9 — Oldenb.

also 6 Lübeck. Last sind $6\frac{678}{6187}$ Last in Oldenburg.

§. 88.

Diese Art des Verfahrens, Gewichte, Maaßen und Münzsorten mit einander zu vergleichen, ist von vorzüglichem Nutzen bey Proportionen, wo die Glieder der Verhältnisse zwar unter dem allgemeinen Namen von Gewicht, Maaß und Geld stehen, aber doch ihrer Art nach von einander verschieden sind. In diesem Falle sind die Verhältnisse in den Aufgaben auch nur angedeutet, und nicht bestimmt, denn in einem jeden Verhältniß müssen die Einheiten in beiden Gliedern durchaus gleichartig seyn, oder in beiden Gliedern müssen dieselben Einheiten seyn. Die Einheiten des einen Gliedes können nun auf Einheiten des andern gebracht werden durch die Reduction oder Resolution, wenn die Einheiten des einen Gliedes in den Einheiten des andern als niedere Einheiten in einer höhern enthalten sind, oder, wenn dies nicht der Fall ist, durch Vergleichung, indem man statt des einen Gliedes ein anderes setzt, welches mit ihm einerley ist, und dessen Einheiten mit den Einheiten des andern Gliedes gleichartig sind. Diese Vergleichung läßt sich auch im ersten Falle anbringen, wie bald soll gezeigt werden. Wenn

die

die Frage wäre, was eine Oldenburger Elle koste, wenn eine Englische Yard 6 Schill. 3 Pfenn. Sterling zu stehen kommt. Die Proportion wäre nun

1 Engl. Yard : 1 Old. Elle = 6 Sch. 3 Pf. Sterl. : x G.

Hier sind die Verhältnisse nur angedeutet, und es muß erst bestimmt werden, was eine Engl. Yard mit einer Oldenburgischen Elle verglichen ist, und wieviel 6 Sch. 3 Pf. Sterl. in Oldenburger Groten betragen, bevor man den Werth von x finden kann. Wenn nun 6 Oldenburger Ellen = $3\frac{7}{10}$ Engl. Yards sind; so ist nach §. 85

y Engl. Yard — 1 Oldenb. Elle
6 Oldenb. Ell. — $3\frac{7}{10}$ Engl. Yard.

Also 1 Oldenb. Elle = $\frac{3\frac{7}{10} \times 1}{6}$ Engl. Yard,

dies sey $\frac{m}{n}$ Engl. Yard, wo n 6 ist. Nun muß noch der Werth von 6 Sch. 3 Pf. Sterl. in Oldenburger Groten ausgedruckt werden. Wenn nun 20 Sch. Sterl. = 1 Pfd. Sterl.; 1 Pfd. St. = 35 Sch. 4 Pf. vls. Amsterdammer Bo.; $8\frac{1}{3}$ Sch. vls. Amst. Bo. = 1 Rthlr. Amst. Bo.; 100 Rthlr. Amst. Bo. = $141\frac{1}{4}$ Rthlr. in Golde, und 100 Rthlr. in Golde = 115 Rthlr. Oldenb. Cour.; endlich 1 Rthlr. = 72 Grote, so ist nach §. 85

x Oldenb. Grote — $6\frac{1}{4}$ Sch. Sterl.
20 Sch. Sterl. — 1 Pf. Sterl.
1 Pf. Sterl. — $35\frac{1}{3}$ Sch. vls Amst. Bo.
$8\frac{1}{3}$ S. vls. Ast. Bo. — 1 Rthlr. Amst. Bo.
100 Rthl. Amst. Bo. — $141\frac{1}{4}$ Rthlr. in Golde.
100 Rthl. in Golde — 115 Rthlr. Old. Cour.
1 Rthlr. — 72 Grote.

Die

Die Producte zusammen in der Kolumne rechter Hand mag p ausdrücken, und die bekannten Producte zusammen in der Kolumne linker Hand mögen q seyn, so sind $6\frac{1}{4}$ Sch. Sterl. einerley mit $\frac{p}{q}$ Grote. Also hätte man nun die Proportion

1 Engl. Yard : $\frac{m}{n}$ Engl. Yard $=$ $\frac{p}{q}$ Grote : x Grote.

und es wäre $x = \frac{m \times p}{n \times q}$.

Wenn man nun die Aufgabe nach §. 64 aufsetzt, nämlich

x Grote	— 1 Oldenb. Elle
1 Engl. Yard	— $6\frac{1}{4}$ Sch. Sterl.

so kann man die Factoren, welche durch m ausgedruckt sind, unter den ersten Factor der Kolumne rechter Hand; die, welche durch p ausgedrückt sind, in ihrer Ordnung unter den zweiten Factor der Kolumne rechter Hand; die, welche durch n ausgedrückt sind, unter den ersten Factor der Kolumne linker Hand; und die, welche durch q ausgedrückt sind, unter den zweiten Factor derselben Kolumne setzen. Dann hat man

x Grote	— 1 Oldenb. Elle
6 Oldenb. Ell.	— $3\frac{7}{10}$ Engl. Yard
1 Engl. Yard	— $6\frac{1}{4}$ Sch. Sterl.
20 Sch. Sterl.	— 1 Pf. Sterl.
1 Pf. Sterl.	— $3\frac{1}{3}$ Sch. vls. Amst. Bo.
$8\frac{1}{3}$ Sch. vls. Amst. Bo.	— 1 Rthlr. Amst. Bo.
100 Rthlr. Amst. Bo.	— $141\frac{1}{4}$ Rthlr. in Golde.
100 Rthlr. in Golde	— 115 Rthlr. Old. Cour.
1 Rthlr.	— 72 Grot.

Um sich von der Richtigkeit des Aufsatzes auf das augenscheinlichste zu überzeugen, darf man nur

nur versuchen, die Aufgabe nach der gewöhnlichen Regeldetri aufzulösen, und die Proportionen unter einander setzen; man würde folgende Sätze nach und nach zu berechnen haben.

6 Old.Ell.: $3\frac{7}{10}$ Egl.Yard = 1 Old.Ell. : m Egl.Yard
1 Egl.Yard: $6\frac{1}{4}$ Sch.Sterl. = m Egl.Y.d : n Sch. St.
20 Sch. Sterl.: 1 Pf.Strl. = n Sch.St.: p Pf. St.
1 Pf.St.: $35\frac{1}{3}$ S.vl.Ast.B. = p P. St. : q S.v.A.B.
$8\frac{1}{3}$ S.v.Ast.B.: 1 R.Ast.B. = q S.v.B. : r Rt. A. B.
100 Rt.Ast.B.: $141\frac{1}{4}$ R.G. = r R.Ast B : s Rt. G.
100 Rt.G.: 115 Rt.OldCr. = s Rt. G. : t Rt.Ol.Cr.
1 Rtlr. : 72 Grot = t R.Ol.Cr.: x Gr.

Verfährt man nun nach §. 61 und 64, so kommt der vorige Aufsatz.

Eine andere Aufgabe. Wenn 2 Quentin 3 Grote kosten, wieviel Louisd'or kommen 8 Zentner? Die Aufgabe als Gleichung aufgesetzt ist

x Louisd. — 8 Zent.
2 Quent. — 3 Grot.

Die Zentner durch Vergleichung zu Quentin gemacht

x Louisd. — 8 Zent.
1 Zent. — 100 Pf.
1 Pf. — 32 Loth.
1 Loth — 4 Quent.
2 Quent. — 3 Grot.

und nun die Grote durch Vergleichung zu Louisd'or gemacht

x Louisd. — 8 Zent.
1 Zent. — 100 Pf.
1 Pf. — 32 Loth
1 Loth — 4 Quent.
2 Quent. — 3 Grot.
72 Grot — 1 Rthlr.
5 Rthlr. — 1 Louisd.

Ein

Ein Versuch, diese Aufgabe durch die gewöhnliche Regeldetri aufzulösen, wird, wenn man die Proportionen unter einander setzt, denselben Aufsatz geben.

§. 89.

Eine allgemeine Regel solche Aufgaben richtig aufzusetzen würde folgende seyn. A, B, C, D, F, G, H, Z mögen Arten von Gewicht, Maaß und Münzsorten bedeuten; m, n, b, c, d, e, g, h, i, k, l, p, q, r, s sollen Zahlen vorstellen; wenn z. B. A Grote bedeutete, und p die Zahl 6 wäre, so drückte pA 6 Grote aus. Man wird in einer jeden Aufgabe leicht entdecken können, ob ein paar Größen nur sollen mit einander verglichen werden, oder ob eine Größe durch eine gegebene Proportion zu suchen sey. Im ersten Fall beobachtet man die Vorschrift des 85. §.; im zweiten sey die Proportion allgemein

$$nA : mB = iC : xZ$$

Hier müssen A und B beide entweder unter dem allgemeinen Namen von Gewicht oder Maaß oder Geld stehen; so auch C und Z. Diese Proportion als Gleichung nach §. 65 geordnet ist

$$xZ — mB$$
$$nA — iC$$

Sind nun die Einheiten A und B nicht dieselben, oder A und B von verschiedener Art, so muß man durch Vergleichung die Einheiten von A durch Einheiten von B ausdrücken. Gesetzt man fände nun $bB = cD$, $dD = eF$, $gF = hA$, so wäre

xZ — mB
bB — cD
dD — eF
gF — hA
nA — iC

Sind ferner die Einheiten Z und C nicht dieselben, oder Z und C von verschiedener Art, so muß man durch Vergleichung die Einheiten von C durch Einheiten von Z ausdrücken. Gesetzt man fände nun xC = lG; pG = qH, rH = sM, tM = vZ; so wäre der ganze Aufsatz

xZ — mB
bB — cD
dD — eF
gF — hA
nA — iC
kC — lG
pG — gH
rH — sM
tM — vZ

Hier sind nun die Einheiten jedes Factors in der Kolumne rechter Hand und die jedes um eine Stelle niedrigern Factors in der Kolumne linker Hand dieselben, und nimmt man die vier Glieder der Proportion aus, so steht jedem Factor in der Kolumne linker Hand derjenige in der Kolumne rechter Hand gegenüber, mit welchem er einerley ist. §. 86.

Manchmal ist aber auch das Verhältniß von A zu B, und das von C zu Z durch Zahlen gegeben. Gesetzt, es sey nun A : B = a : f; so ist f × A = a × B; das Glied des Zahlenverhältnisses also, was sich auf A bezieht, muß man unter

mB;

mB; das, was sich auf B bezieht, unter nA setzen. So auch, wenn C : Z = u : w; so ist w × C = u × Z; also muß man das Glied des Zahlenverhältnisses, was sich auf Z bezieht, unter iC, das andere, was sich auf C bezieht, in die Kolumne linker Hand jenem Gliede gegenüber setzen, z. B. Ein Loth schwer Gewicht kostet 2 gGr. Cassengeld, wieviel Louisd. in Golde kosten 28 Zent. leicht Gewicht?

Die Proportion nach §. 65 ist

x Louisd. Gold — 28 Zent. l. G.
1 Loth schw. Gew. — 2 gGr. Casseng.

Die Zentner werden nun zu Lothen gemacht

x Louisd. Gold — 28 Zent. l. G.
1 Zentn. l. G. - - 100 Pf. l. G.
1 Pf. l. G. — 32 Loth l. G.
1 Loth schw. G. — 2 gGr. l. G.

Verhält sich nun das leichte Gewicht zum schweren, wie 100 : 105, so ist

x Louisd. Gold — 28 Zent. l. G.
1 Zentn. l. G. — 100 Pf. l. G.
1 Pf. l. G. — 32 Loth l. G.
105 Pf. l. G. — 100 Pf. schw. G.
1 Loth schw. G. — 2 gGr. Casseng.

Die gGr. müssen nun zu Louisd. gemacht werden, und Cassengeld verhält sich zu Gold, wie 15 : 14, also

x Louisd. Gold	—	28 Zent. l. G.
1	—	100 Pf. l. G.
1	—	32 Loth l. G.
105	—	100 schw. G.
1	—	2 gGr. Casseng.
24	—	1 Rthlr. Casseng.
5	—	1 Louisd. Casseng.
14	—	15 Gold.

Da

Da der erste Factor in der Kolumne rechter Hand mit dem zweiten der Kolumne linker Hand; der zweite in jener, mit dem dritten in dieser u. s. w. nach §. 86 gleichnamig ist: so pflegt man die Benennungen in der Kolumne linker Hand wegzulassen.

Anmerkung 1. Ausserdem können in einem Kettensatze noch andere Verhältnisse vorkommen, welche die Aufgabe bestimmt enthält, als Abzüge von Kaufgeldern, Porto und andere Unkosten (Spesen) wenn sie nach Procenten bestimmt sind, welche eigentlich zum Kettensatze nicht gehören, und deswegen in Rücksicht der Folge gleichnamiger Factoren, von welcher §. 86. die Rede war, eine Ausnahme machen. Um die Glieder solcher Verhältnisse zu ordnen, braucht man nur zu überlegen, ob durch ein solches Verhältniß x soll grösser oder kleiner werden; im ersten Falle setzt man das größte Glied eines solchen Verhältnisses unten in die Kolumne rechter Hand, im zweiten Fall unten in die Kolumne linker Hand. Wenn aber die Aufgabe noch sonst etwas enthält, was addirt oder subtrahirt werden soll, so muß dieses besonders berechnet werden, und gehört nicht in den Kettensatz.

Anmerkung 2. Kommen mehrere Sorten in einem Factor vor, so werden die niedrigern als Brüche der höchsten ausgedrückt.

§. 90.

Die Behandlung des Kettensatzes um den Werth von x zu finden, gründet sich darauf, daß er eine Gleichung ist, deren Hälften aus lauter Factoren bestehen, die in beiden Hälften, wenn man den Factor 1 mitrechnet, in gleicher Anzahl sich befinden. Diese Factoren können nun entweder ganze Zahlen, oder Brüche, oder ganze Zahlen mit angehängten Brüchen seyn.

1) Ist ein Factor in der einen Kolumne ein Bruch, so läßt man den Nenner weg, und multiplicirt mit diesem irgend einen andern Factor in der andern Kolumne, z. B.

$$40 . \cancel{8} — \frac{3}{5} . 3$$

Ist ein Factor in der einen Kolumne eine ganze Zahl mit einem angehängten Bruch, so multiplicirt man mit des Bruches Nenner die ganze Zahl, und addirt dazu des Bruches Zähler, mit eben dem Nenner multiplicirt man noch irgend einen andern Factor in der andern Kolumne; z. B.

$$12 . \cancel{4} — \cancel{3} . \frac{2}{5} . 10$$

2) Hat irgend ein Factor in der einen Kolumne mit irgend einem andern Factor in der andern Kolumne einen gemeinschaftlichen Divisor, so dividirt man mit diesem beide Factoren, streicht diese aus, und setzt ihnen zur Seite die Quotienten, z. B.

$$3 . \cancel{24} — \cancel{8} . 1.$$

3) Das Product der nicht weggestrichenen Zahlen auf der einen Seite xp, ist gleich dem Product der nicht weggestrichenen Zahlen auf der andern q, oder $xp = q$ und $x = \frac{q}{p}$ §. 50. 4.

Setzt man die bloßen Zahlen vom ersten Beyspiele §. 88. hin, so ist

nach 1 $x — 1$

$$60 . \cancel{6} — \cancel{3}\tfrac{7}{10} . 37$$
$$4 . \cancel{1} — \cancel{6}\tfrac{1}{4} . 25$$
$$20 — 1$$
$$3 . \cancel{1} — \cancel{3}\tfrac{1}{3} . 10$$
$$25 . \cancel{8}\tfrac{1}{3} — \cancel{1} . 3$$
$$400 . \cancel{1}\cancel{0}\cancel{0} — \cancel{1}\cancel{4}\cancel{1}\tfrac{1}{4} . 565$$
$$100 — 115$$
$$1 — 72$$

nach

nach 2

$$x — 1$$
$$20 . \cancel{60} . \cancel{6} — \cancel{3}\tfrac{7}{10} . 37$$
$$\cancel{4} . \cancel{1} — \cancel{6}\tfrac{1}{4} . \cancel{25}$$
$$\cancel{2} . \cancel{20} — 1$$
$$\cancel{3} . \cancel{1} — \cancel{3}\tfrac{1}{2} . \cancel{10}$$
$$\cancel{25} . \cancel{8}\tfrac{1}{3} — 1 . \cancel{3}$$
$$80 . \cancel{400} . \cancel{100} — \cancel{141}\tfrac{1}{4} . \cancel{565} . 113$$
$$20 . \cancel{100} — \cancel{115} . 23$$
$$1 — \cancel{72} . \cancel{9} . 3$$

$$x \times 20 \times 80 \times 20 = 37 \times 113 \times 23 \times 3.$$

also $32000\, x = 288489$ und $x = \frac{288489}{32000} = 9\frac{489}{32000}$ Grot; also ungefähr 9 Grot $\frac{1}{20}$ Schw.

Die Brüche denke man sich in diesem §. durchstrichen, wegen Mangel an Formen konnte dieses hier nicht geschehen.

§. 91.

Zur Uebung will ich hier einige Beyspiele hinsetzen, und weiter unten werden mehrere folgen.

1) Wieviel Zentner leicht Gewicht kauft man für 1860 Rthlr., wenn 1 Loth schwer Gewicht mit 8 Schill. bezahlt wird? wenn 1 Zentner = 110 Pfund.

x Zent. l. G.	—	1860 Rthlr.
1	—	48 Sch.
8	—	1 L. sch. G.
32	—	1 Pf. schw. G.
100	—	1 Zent. schw. G.
100	—	105 l. G.

x = 3 Zent. 36 Pf. 6 Lt.

2) Wieviel Waare bekommt man für 100 Rthlr. in N⅔tel, wenn 200 Zent. 412 Rthlr.

Gold kosten, und 100 Rthlr. in N$\frac{2}{3}$tel = 108 Rthlr. Gold sind, und der Verkäufer 3 Procent Rabat giebt.

x Zent.	—	100 Rthlr. in N$\frac{2}{3}$tel.
100	—	108 Rthlr. Gold.
412	—	200 Zent.
100	—	103

x = 54 Zentner.

3) Wann eine Elle Tuch mit $4\frac{1}{4}$ Rtlr. Gold bezahlt wird, wieviel kauft man für $267\frac{1}{2}$ Rthlr. Cour., wenn $113\frac{1}{3}$ Cour. = 100 Rtr. Gold sind.

x Ellen	—	$267\frac{1}{2}$ Rthlr. Cour.
$113\frac{1}{3}$	—	100 Rthlr. Gold.
$3\frac{1}{4}$	—	1 Elle.

x = $72\frac{38}{221}$ Ellen, ungefähr $72\frac{1}{10}$ Elle.

4) Wenn 4 Zentner leicht Gewicht 200 Rtlr. Gold gekostet haben, um wieviel Grote Cour. kann man das Loth schwer Gewicht verkaufen, wenn man 20 Procent verdienen will, und das schwere Gewicht sich zum leichten verhält, wie 108 : 100, 100 Rthlr. Gold = $113\frac{1}{2}$ Rthlr. Cour. und der Zent. = 110 Pf. ist.

x Grot	—	1 Loth schw. G.
100	—	108 l. G.
32	—	1 Pf l. G.
110	—	1 Zent. l. G.
4	—	200 Rthlr. Gold
1	—	72 Grote Gold
100	—	$113\frac{1}{3}$ Cour.

x = $1\frac{277}{1100}$ Grot, ungefähr $1\frac{1}{5}$ Grot.

5) 6 Amsterdammer Last kosten 200 Holländ. Gulden, wieviel Grote Cour. kommt der Scheffel

in

in Oldenburg zu ſtehen, wenn 10 Procent ſoll verdient werden, 9 Laſt Oldenb. = 10 Laſt Amſterd. und 250 Gulden Amſterd. = 136 Rthlr. Gold, und 100 Rthlr. Gold = 113⅓ Rthlr. Cour. iſt.

x Grot Cour.	—	1 Scheffel Old.
8	—	1 Tonne Old.
18	—	1 Laſt Old.
9	—	10 Laſt Amſt.
6	—	200 Guld. Amſt.
250	—	136 Rthlr. Gold.
100	—	113½ Rthlr. Cour.
1	—	72 Gr.
100	—	110.

x = $12\frac{1132}{2025}$ Grot, ungefähr 12½ Grot.

§. 92.

Die Kettenregel kann auch auf die Regula Multiplex mit Vortheil angewandt werden, wenn die Glieder der in der Aufgabe gegebenen Verhältniſſe §. 80. nicht gleichnamig ſind, z. B. wieviel Thaler müſſen in guten Gulden angelegt werden, um 12 Pferde 3 Jahr in Hafer zu unterhalten, wenn der Himte 15 Mgr. in Golde gilt; wenn man 2 Pferde mit 60 Rthlr. in Louisd'or 48 Wochen erhalten kann, wenn der Himte 24 Mgr. Caſſengeld koſtet, und 110 Rthlr. in Louisd'or = 100 Rthlr. in Gulden ſind. Nun iſt

2 Pferde : 12 Pferde
48 Mgr. Caſſ. : 3 J = 60 Rt. G : x in g Gld.
24 Wochen : 15 Mgr. Gold

oder x in guten Gulden — { 12 Pferde, 3 Jahr, 15 Mgr. Gold }

{ 2 Pferde, 48 Wochen, 24 Mgr. Caſſ. } — 60 Rthlr. in Golde.

Man macht nun die Jahre zu Wochen, durch Vergleichung, und macht durch das schon bekannte Verhältniß das Cassengeld zu Gold, und drückt durch Vergleichung das Gold durch Gulden aus, so hat man den Aufsatz

x Rthlr. in Guld.	—	12 Pferde
2	—	3 Jahr
1	—	52 Wochen
48	—	15 Mgr. Gold
15	—	14 Casseng.
24	—	60 Rthlr. Gold
110	—	100 Rtl. in Guld.

$x = 620\frac{5}{11}$ Rthlr. in Gulden.

Ein anderes Beyspiel. Wenn der Himte 1 Rtlr. kostet, so kann man mit 200 Rtlr. in Golde 7 Domestiken $1\frac{1}{2}$ Jahr in Brod unterhalten; wieviel können gehalten werden, wenn man $2\frac{3}{4}$ Jahr mit 400 Rthlr. Cassengeld in Brode reichen will, und der Himte $1\frac{1}{4}$ Rthlr. kostet. Man muß nur merken, daß die Jahre nebst den Kornpreisen mit der Anzahl Domestiken im umgekehrten Verhältnisse stehen. Nun ist nach der Aufgabe

$$\left.\begin{array}{lcl} 2\frac{3}{4} \text{ Jahr} & : & 1\frac{1}{2} \text{ Jahr} \\ 1\frac{1}{4} \text{ Rthl.} & : & 1 \text{ Rtl.} \\ 200 \text{ Rtl. G.} & : & 400 \text{ Rt. C. M.} \end{array}\right\} = 7 \text{ Dom.} : x \text{ Dom.}$$

Also der Kettensatz

x Domest.	—	$1\frac{1}{2}$ Jahr
$2\frac{3}{4}$	—	1 Rthlr.
$1\frac{1}{4}$	—	400 Casseng.
14	—	15 Gold
200	—	7 Domest.

$x = 6\frac{6}{11}$ Domestiken.

Ein

Ein drittes Beyspiel. Ein Fabrikant hat 3751 Arbeiter, und gebraucht des Jahrs 597 Rthlr. 5 gGr. 9 Pfenn Hannöv Casseng. für Brod, wenn er jedem täglich $\frac{1}{2}$ Pfund giebt, und der Himte Rocken 27 gGr. 4 Pf. Gold kostet; der Fabrikant will aber künftig nur $\frac{3}{4}$ des Geldes an Brod verwenden, schafft die Hälfte Arbeiter ab, der Kornpreis ist nun $\frac{1}{4}$ gestiegen, aber er ist jetzt Courant; wieviel Brod kann er nun jedem täglich geben.

Die Aufgabe ist nur dem Anscheine nach verwickelt. Die Zahl der Arbeiter und die Kornpreise stehen mit den Portionen Brod im umgekehrten Verhältnisse. Die Verhältnisse der Arbeiter und der jährlichen Kosten können sehr einfach ausgedrückt werden.

$\frac{1}{2}$ Arbeit : 1 Arbeiter
1 järl. K. Cg. : $\frac{3}{4}$ järl. K. G. = $\frac{1}{2}$ Pf. B. : x Pf. B.
$\frac{5}{4}$ Cour. — : 1 Gold

also der Kettensatz

x Pf. Brod	—	1 Arbeiter
$\frac{1}{2}$	—	$\frac{3}{4}$ Gold
15	—	14 Casseng.
1	—	1 Gold
100	—	$113\frac{1}{3}$ Cour.
$\frac{5}{4}$	—	$\frac{1}{2}$ Pf. Brod.

x = $2\frac{38}{375}$ Pf. Brod.

Sechszehntes Kapittel.

Kaufmännische Rechnungen.

§. 93.

Brutto, Netto, Thara.

Das, was eine Waare nebst dem Gefäße, oder demjenigen, worin sich die Waare befindet, wiegt, nennen Kaufleute **Brutto**; das aber, was eine Waare an sich wiegt, nennen sie **Netto**, den Unterschied dieses von jenem, **Thara**. Wenn von diesen Stücken zwey gegeben sind, so ist das dritte bekannt. Ob man das Thara addiren oder subtrahiren soll, giebt die Aufgabe an die Hand, je nachdem nach dem Brutto oder dem Netto gefragt wird, z. B. es sind 2 Säcke Waare angekommen, einer zu 215 Pfund, der anderr zu $211\frac{1}{2}$ Pfund; für beide ist $6\frac{3}{4}$ Pfd. Thara gerechnet; was muß für beide bezahlt werden, wenn das Pf. Netto 18 Gr. kostet? Die beiden Säcke wiegen zusammen $(215 + 211\frac{1}{2})$ Pf. — $6\frac{3}{4}$ Pf. $= 419\frac{3}{4}$ Pf. Netto. Also

x Rthlr. — $419\frac{3}{4}$ Pf.
1 — 18 Gr.
72 — 1 Rthlr.

x $= 104\frac{15}{16}$ Rtl. $=$ 104 Rtl. 67 Gr. $2\frac{1}{2}$ Sch.

Wieviel