Anweisung zum Rechnen für Bürger- und Land-Schulen

König, Georg Ludwig

Oldenburg, 1800

VD18 13391704

Eilftes Kapittel. Von der Anwendung der einfachen Proportion oder von der Regeldetri.

urn:nbn:de:gbv:45:1-7792

$$5 : 15 = 3 : 9$$
$$2 : 8 = 4 : 16$$
$$10 : 120 = 12 : 144.$$

Denn $\frac{15}{5} = \frac{9}{3}$ und $\frac{8}{2} = \frac{16}{4}$ nach §. 57, also auch $\frac{15}{5} \times \frac{8}{2} = \frac{9}{3} \times \frac{16}{4}$ nach §. 50. 3, und hieraus $5 \times 2 : 15 \times 8 = 3 \times 4 : 9 \times 16$. Also auch aus drey, vier und mehrern Proportionen eine einzige. Wenn man folgende Proportionen hat

$$3 : 4 = 5 : a$$
$$1 : 6 = a : b$$
$$5 : 2 = b : c$$
$$3 : 7 = c : x$$

so daß das letzte Glied der vorhergehenden immer das dritte Glied in der folgenden ist, so hat man $3 \times 1 \times 5 \times 3 : 4 \times 6 \times 2 \times 7 = 5 \times a \times b \times c : a \times b \times c \times x$. Nun mögen a, b, c Zahlen bedeuten, welche man will, so ist doch immer $a \times b \times c = a \times b \times c$; folglich ist $5 \times a \times b \times c = a \times b \times c \times x = 5 : x$ nach §. 59; und es ist $3 \times 1 \times 5 \times 3 : 4 \times 6 \times 2 \times 7 = 5 : x$.

Eilftes Kapittel.

Von der Anwendung der einfachen Proportion oder von der Regeldetri.

§. 62.

Wenn ein Maaß oder ein Gewicht von einer Waare einen bestimmten Preis hat, so stehen alle

Maaßen

Maaßen und Gewichte dieser Waare in einem Verhältniß, so daß man nach einem gegebenen Verhältniß von zwey Maaßen oder Gewichten der Waare, wenn zugleich der Preis des einen Maaßes oder Gewichtes bestimmt ist, den Preis des andern Maaßes oder Gewichtes finden kann. Und so läßt sich umgekehrt das Verhältniß von zwey Maaßen oder Gewichten aus dem gegebenen Verhältnisse ihrer Preise bestimmen. Es giebt unzählig viele Fälle, worauf sich die Proportion anwenden läßt, nur muß allezeit die Größe in dem einen Verhältniß mit der in dem andern entweder zu- oder abnehmen oder ab- oder zunehmen. Man kann nicht sagen: wie sich ein Pferd zu sechs Pferde verhält, so verhält sich die Zeit, worin ein Pferd läuft, zu der, worin sechs Pferde laufen; denn sechs Pferde laufen nicht schneller als ein Pferd. In jedem von den hierhergehörenden Fällen muß ein Verhältniß gegeben seyn, und zugleich das erste Glied des zweiten Verhältnisses, und aus diesen drey Gliedern der Proportion soll das vierte gefunden werden; z. B. der Verkauf von 5 Tonnen einer Waare bringt einem Kaufmann 6 Rthlr. Profit, welchen Profit wird er von dem Verkauf von 53 Tonnen haben. Das gegebene Verhältniß ist 5 Tonnen : 53 Tonnen. Das erste Glied des zweiten Verhältnisses ist 6 Rthlr., das zweite Glied des zweiten Verhältnisses wird gesucht; also 5 Tonnen : 53 Tonnen = 6 Rthlr. : x Rthlr. Das vierte Glied ist der Quotient aus dem Product der beiden mittlern Glieder durch das erste dividirt nach §. 58. 4; also $\frac{53 \times 6}{5} = 63\frac{3}{5} = x$.

An-

Anmerkung. Das zweite Verhältniß, wovon das erste Glied gegeben, das zweite gesucht wird, soll das zu bestimmende Verhältniß heißen. In den Rechenschulen heißt es gewöhnlich: 5 Tonnen geben 6 Rthlr. Profit, wieviel 53 Tonnen?

5 Tonnen —— 6 Rthlr. —— 53 Tonnen?

In Rücksicht der Rechnung giebt dieses keinen Unterschied, da die beiden mittlern Glieder in einer Proportion verwechselt werden können §. 60. Man kann aber nicht sagen, daß Tonnen und Thaler in einem Verhältnisse stehen, indem Tonnen nicht in Thalern, und Thaler nicht in Tonnen enthalten sind. Die mathematische Ordnung erleichtert auch das Auffinden der Verhältnisse, und zeigt, in welchen Fällen die Regeldetri angewandt werden könne oder nicht.

§. 63.

In allen Aufgaben, welche sich durch die einfache Proportion auflösen lassen, müssen zwey Verhältnisse vorkommen, von welchen jedes gleichnamige Glieder hat, wenigstens müssen diese Glieder Sorten von Maaß oder Gewicht oder Münzen seyn, die auf einerley Einheiten gebracht werden können, das heißt: die Einheiten des einen Gliedes müssen wenigstens in den Einheiten des andern Gliedes enthalten seyn, damit die Glieder gleichnamig gemacht werden können. Wenn es heißt: 1 Zentner kostet 4 Rthlr., wieviel Grote kosten 3 Pfund? so muß man die Thaler zu Grote, und den Zentner zu Pfunde machen. Ist also eine Sorte in einem Gliede eines Verhältnisses höher als in dem andern: so wird die höhere Sorte auf die niedrigere gebracht; befinden sich in den Gliedern eines Verhältnisses höhere und niedrigere Sorten, die höchsten sind aber in beiden Gliedern gleich hoch: so drückt man die niedrigern Sorten als Brüche der höchsten aus, z. B.

3 Pf. 16 Lt. : 8 Pf. 8 Lt. = 18 Gr. : x Gr.
$3\frac{1}{2}$ Pf. : $8\frac{1}{4}$ Pf. = 18 Gr. : x Gr.

Sind die höchsten Sorten in beiden Gliedern nicht gleich hoch: so bringt man die höhern auf die niedrigern, die noch niedrigern drückt man als Brüche der nun höchsten aus, z. B.

1 Rthlr. 2 Gr. 1 Sch. : 36 Gr. 3 Sch. = 4 Pf. : x Pf.
$74\frac{1}{5}$ Gr. : $36\frac{3}{5}$ Gr. = 4 Pf. : x Pf.

Jede Aufgabe läßt sich nun nach folgenden Regeln auflösen

1) Das gegebene Verhältniß wird aufgesucht, und so hingeschrieben, daß das Glied desselben, worauf das erste gegebene Glied des zweiten zu bestimmenden Verhältnisses sich bezieht, linker Hand zuerst zu stehen kommt.

2) Mit den höhern und niedrigern Sorten wenn sie in einem Verhältnisse vorkommen sollten, verfährt man nach dem vorigen §. Besteht das erste Glied des zu bestimmenden Verhältnisses auch aus mehrern Sorten, so drückt man die niedrigern als Brüche der höchsten aus.

3) Die Brüche werden weggeschafft nach §. 59.

4) Hat das erste und zweite oder das erste und dritte Glied der Proportion einen gemeinschaftlichen Divisor: so dividirt man die Glieder mit diesem, und setzt statt derselben die Quotienten hin. §. 58.

5) Das Product der mittlern Glieder durch das erste dividirt giebt das gesuchte Glied, oder, wie man auch sagt, das Facit; z. B. wieviel kosten 60 Pf. 16 Lt., wenn 4 Pf. 24 Lt. kosten 2 Rthlr. 36 Gr.? Das gegebene Verhältniß ist 4 Pf. 24 Lt. : 60 Pf. 16 Lt. Auf 4 Pf. 24 Lt. bezieht sich

2 Rthlr. 36 Gr., denn dieses ist der Preis von jenem: also muß die Aufgabe so aufgesetzt werden.

4 Pf. 24 Lt. : 60 Pf. 6 Lt. = 2 Rt. 36 Gr. : x nach 1

$4\frac{3}{4}$ Pf. : $60\frac{1}{2}$ Pf. = $2\frac{1}{2}$ Rthlr. : x nach 2.

38 : 242 = 5 : x nach 3.

19 : 121 = 5 : x nach 4.

$\frac{121}{19} \times 5 = \frac{605}{19} = 31\frac{16}{19}$ Rthlr. = x nach 5.

Einige Beyspiele zur Uebung.

1) Wenn $18\frac{3}{4}$ Pf. mit 5 Rthlr. bezahlt werden, wieviel werden 169 Pf. kosten?

Antw. 45 Rthlr. 4 Gr. 4 Schw.

2) Wenn ein Stück Tuch von 42 Ellen mit 64 Rthlr. 54 Gr. bezahlt ist, wie theuer kommen $\frac{3}{4}$ Ellen? Antw. 1 Rthlr. 11 Gr. $1\frac{1}{4}$ Schw.

3) Wenn für 8 Pf. $\frac{5}{8}$ Rthlr. gefordert wird, wie viel Gr. wird man für 28 Lt. bezahlen müssen?

Antw. 4 Gr. $6\frac{39}{64}$ Schw.

4) Wie hoch kommen 24 Lt. zu stehen, wenn 6 Pf. mit $\frac{3}{4}$ Rthlr. bezahlt sind?

Antw. 6 Gr. $3\frac{3}{4}$ Schw.

5) Was muß für $125\frac{3}{4}$ Ellen gefordert werden, wenn $2\frac{3}{8}$ Ellen $4\frac{3}{4}$ Rthlr. kosten?

Antw. 251 Rthlr. 36 Gr.

Anmerkung. Manchmal wird in den Aufgaben das Verhältniß, welches gegeben werden sollte, ausgelassen, weil es als bekannt vorausgesetzt wird, oder beide Glieder werden nicht ausdrücklich genannt; z. B. wieviel Mark Bo. machen 60 Rthlr. Hier ist als bekannt vorausgesetzt, daß 1 Rthlr. = $2\frac{1}{4}$ Mark Bo. ist; also

1 Rthlr. : 60 Rthlr. = $2\frac{1}{4}$ Mark Bo. : x oder

4 : 60 = 9 : x u. $x = \frac{60 \cdot 9}{4} = 135$ Mark Bco.

Ferner wieviel Zinsen bringen 25000 Rthlr., wenn der Zinsfuß 4 Procent ist. Hier muß man setzen

100 : 25000 = 4 : x.

1 : 250 = 4 : x, also x = 1000 Rt. Zinse.

§. 65.

Man kann auch jede Aufgabe von der Art sofort als eine Gleichung aufsetzen, ohne nöthig zu haben, sie erst als eine Proportion zu ordnen. Das, was man in einer Aufgabe am leichtesten auffindet, ist das Unbekannte, oder das, was man zu wissen verlangt. Man setze also x hin, und gegenüber das, worauf sich dieses x bezieht (das zweite Glied des ersten gegebenen Verhältnisses); z. B. an einem Tage legt ein Bothe 5 Meilen zurück, wieviel Zeit braucht er zu $48\frac{1}{2}$ Meilen? Wieviel Zeit oder Tage er braucht, ist x, dieses bezieht sich auf $48\frac{1}{2}$ Meilen, denn diese sollen in x Tagen zurückgelegt werden. Man setzt also

x Tage $\quad 48\frac{1}{2}$ Meilen.

Die übrigen Glieder werden so geordnet, daß die gleichnamigen nicht unter einander kommen; also

x Tage $\quad 48\frac{1}{2}$ Meilen
5 Meilen $\quad$ 1 Tag

$$5x = 48\tfrac{1}{2} \text{ oder } 10x = 97, \quad x = \tfrac{97}{10} \text{ Tage.}$$

Die übereinander stehenden Glieder sind als Factoren eines Products anzusehen, und man bedient sich hier des 3. und 4. Satzes aus §. 50 sowohl um die Brüche wegzuschaffen, als auch die Gleichung einfacher auszudrücken, z. B.

1) 5 Pf. kosten 25 Rthlr., wieviel kosten 230 Pf.?

x Rthlr. $=$ 230 Pf.
1. $\cancel{5}$ Pf. $\quad \cancel{25}$ Rthlr. 5

$$x = 230 \times 5 = 1150 \text{ Rthlr.}$$

2) $1\frac{1}{2}$ Elle Band kostet $\frac{3}{4}$ Gr., wieviel kosten $23\frac{3}{4}$ E.?

x

$$\frac{x \text{ Gr.}}{1\frac{1}{2} \text{ Elle}} = \frac{23\frac{3}{4} \text{ Ellen}}{\frac{3}{4} \text{ Gr.}}$$

$$8x = 95, \; x = \frac{95}{8} = 11\frac{7}{8} \text{ Gr.}$$

Multiplicirt man erstlich $1\frac{1}{2}$ und $23\frac{3}{4}$ mit 4, so fallen die Brüche weg, und man hat 6 statt $1\frac{1}{2}$, und 95 statt $23\frac{3}{4}$. Multiplicirt man ferner 6 und $\frac{3}{4}$ mit 4, so hat man 24 statt 6, und 3 statt $\frac{3}{4}$. Dividirt man 24 und 3 mit 3, so hat man 8 statt 24, und 1 statt 3.

§. 66.

Die erste Regel §. 64, wornach das Glied des gegebenen Verhältnisses, welches sich auf das gegebene erste Glied des zweiten zu bestimmenden Verhältnisses bezieht, zuerst linker Hand gesetzt werden muß, leidet in manchen Fällen eine Ausnahme, und diese Ausnahme rührt von der Beschaffenheit der Dinge her, deren Grösse durch Zahlen ausgedrückt wird. In zwey gleichen Verhältnissen muß das zweite Glied des zweiten Verhältnisses eben so aus dem ersten Gliede desselben Verhältnisses entstanden seyn, als das zweite Glied des ersten Verhältnisses aus dem ersten desselben Verhältnisses. Wenn also im ersten Verhältnisse das zweite Glied grösser ist, als das erste, so muß im zweiten Verhältniß das zweite Glied auch grösser seyn als das erste. Gesetzt nun, es sollte die Aufgabe aufgelöst werden: Wieviel Mühlen sind nöthig um einen Vorrath Getreide in 12 Stunden zu malen, wenn derselbe Vorrath von 6

Mühlen in 48 Stunden gemalen würde? Nach der gegebenen Regel würde man die Aufgabe so setzen müssen

48 Stunden : 12 Stunden = 6 Mühlen : x Mühle.

Weil nun 12 < 48, so wird auch x < 6. Man ist aber begreiflich, daß man, um dieselbe Quantität Getreide zu malen, in einer längern Zeit weniger Mühlen, und in einer kürzern Zeit mehr Mühlen nöthig habe. Dies drückt man so aus: Mühlen und Zeiten stehen in einem umgekehrten Verhältniß. In diesem Fall also, wo Dinge in einem umgekehrten Verhältniß stehen, das heißt, wenn so wie das eine wächst, das andere abnimmt, muß das erste Verhältniß umgekehrt werden, oder das Glied des ersten Verhältnisses, worauf sich das erste Glied des zu bestimmenden Verhältnisses nicht bezieht, muß das erste linker Hand seyn. Im Beyspiel also

12 St. : 48 Se. = 6 M. : x M.

Dies wird, wiewohl mit Unrecht, die verkehrte Regeldetri genannt. Man beobachtet übrigens alles, was im erwähnten §. gesagt worden ist.

Als Gleichung müßte diese Aufgabe so stehen

$$\frac{\text{x Mühlen}}{\text{12 St.}} = \frac{\text{48 St.}}{\text{6 Mühlen.}}$$

$$12\,x = 48 \times 5,\ x = 24.$$

§. 67.

Die Umkehrung des ersten Verhältnisses hat nur auf das letzte Glied der Proportion Einfluß. Da dieses aber unbekannt ist, und durch die drey gegebenen Glieder nach der bekannten Regel bestimmt

stimmt wird: so leidet das Gesetz der Proportion §. 57 durch diese Umkehrung im geringsten nicht, und es bedarf keiner neuen Regel, um solche Aufgaben aufzulösen. Die Rechenkunst kann keine Regeln über die Fälle geben, in welchen dieses Verfahren seine Anwendung findet, sondern man muß dies aus den Begriffen der Dinge selbst beurtheilen. Wenn Dinge sich so gegen einander verhalten, daß sie ihrer Natur nach weder zugleich wachsen oder zugleich abnehmen können, sondern, wenn eins wächst, das andere in eben dem Verhältnisse abnimmt: so stehen diese Dinge in einem umgekehrten Verhältniß; z. B. Kräfte und Zeiten bey einerley Würkung; Geschwindigkeiten und Zeiten bey einerley Räumen; das Maaß eines Stoffes oder einer Materie zu irgend einer Absicht mit der Größe des Stoffes oder der Materie; wenn das zu vertheilende sich gleich bleibt, die Menge der Empfänger mit den Theilen, die jeder empfängt; Werth einer Materie und das Gewicht dessen, was bey einerley Preisen daraus kann gemacht werden; die Menge der Waaren mit den Meilen bey einerley Fracht; gegenseitig ohne Interressen geliehene Summen mit den Zeiten, worin man die Summen behalten kann, so daß eine Gefälligkeit durch die andere vergütet wird. Dies sind ungefähr die Fälle, welche im gemeinen Leben am häufigsten vorkommen, worauf man also zu achten hat. Einige Beyspiele.

1) Ein Schneider fordert von einem Zeuge $\frac{3}{4}$ Elle breit 16 Ellen; nun ist aber das Zeug 1 Elle breit, wieviel muß der Schneider haben?

Antw. 12 Ellen.

2) Wenn 12 Mann auf 15 Tage mit Brodt versorgt sind, wie lange werden 36 Mann damit reichen? Antw. 5 Tage.

3) Wenn 9 Schiffpf. 12 Meilen zu fahren verdungen sind, wie weit können 6 Schiffpf. für dieselbe Fracht gefahren werden? Antw. 18 Meilen.

Zwölftes Kapittel.

Von der Zerstreuungsmethode.

§. 68.

Wenn in einem oder in beiden mittlern Gliedern der Proportion mehrere Sorten vorkommen, so muß man der Regel §. 63. nach alles auf die kleinste Sorte bringen. Dies erschwert aber die Rechnung, indem dadurch die Glieder sehr groß werden. Man kann auch die niederen Sorten als Brüche von höhern ausdrücken §. 38. z. B. 3 Rthlr. 24 gr. 6 pfenn. könnte man auch so ausdrücken $(3 + \frac{2}{3} + \frac{1}{48})$ Thaler. Die Wegschaffung dieser Brüche nach §. 59 würde aber ebensowohl die Glieder der Proportion vergrößern, und der Vortheil, den man durch diese Brüche erhielte, würde eben nicht sehr beträchtlich seyn.

§. 69.

Da sich indeß jede niedrigere Sorte als Bruch einer höhern ausdrücken läßt, z. B. 1 Zentner ist einerley mit 8 Lspf., also auch $\frac{1}{8}$ Zentner mit 1 Lspf., und $\frac{3}{8}$ Zentner mit 3 Lspf.: so könnte man auch so ver-