Anweisung zum Rechnen für Bürger- und Land-Schulen

König, Georg Ludwig

Oldenburg, 1800

VD18 13391704

Vierzehntes Kapittel. Anwendung der zusammengesetzten Verhältnisse. Von der Regula Multiplex.

hat, bestimmen. Das Hauptverhältniß ist 250 : 1200 oder einfacher 5 : 24; also

für B, $5 : 24 = 225 : x;\ x = \frac{24 \times 225}{5} = 1080$ Rthlr.
— C, $5 : 24 = 242\frac{1}{2} : y;\ y = \frac{24 \times 485}{10} = 1164$ —
— D, $5 : 24 = 231\frac{1}{4} : z;\ z = \frac{24 \times 925}{24} = 1110$ —

Anmerkung. In den gewöhnlichen Rechenbüchern kommen eine Menge Aufgaben hier vor, welche freylich wohl eine Gesellschaft betreffen, demungeachtet aber nicht zur Gesellschaftsregel gehören, wenn man diese in dem Sinne nimmt, wie sie § 77 ist genommen worden. Uebrigens werden die gebrauchten Beyspiele zur Erläuterung der Regel hinlänglich seyn.

Vierzehntes Kapittel.

Anwendung der zusammengesetzten Verhältnisse. Von der Regula Multiplex.

§. 80.

So wie in der Gesellschaftsregel nach einem gegebenen Verhältnisse mehrere Verhältnisse, deren erste Glieder gegeben sind, bestimmt worden: so wird hier umgekehrt ein Verhältniß, dessen erstes Glied gegeben ist, nach mehreren gegebenen Verhältnissen, oder nach einem Verhältniß, welches aus jenen zusammengesetzt ist, bestimmt. Z. B. Ein Fuhrmann bekommt 10 Rthlr. Fracht für 8 Zentner Waare, welche er 13 Meilen gefahren hat; wieviel Fracht müßte er bekommen, wenn er 26 Zentner 30 Meilen weit führe? Man sieht leicht,

leicht, daß sich die Fracht nicht bloß nach der Anzahl von Meilen, sondern auch nach dem Gewichte der Waaren richtet, also nach dem Verhältniß der Meilen sowohl als auch der Zentner muß bestimmt werden. Die gegebenen Verhältnisse sind nun 13 Meilen : 30 Meilen, und 8 Zentner : 26 Zentner. Von dem zu bestimmenden Verhältniß ist das erste Glied, nämlich 10 Rthlr., gegeben. Gesetzt nun, das Gewicht der Waare bliebe dasselbe, so würde die Fracht bloß nach den Meilen zu bestimmen seyn, und man hätte aus

$$13 \text{ Meil.} : 30 \text{ Meil.} = 10 \text{ Rtl.} : y;\ y = \frac{30 \times 10}{13}.$$

Wenn aber nun 26 Zentner statt 8 Zentner sollten aufgeladen werden, wieviel Fracht würde man dann bezahlen müssen? Dies ergiebt sich aus

$$8 \text{ Zentner} : 26 \text{ Zentner} = y : x.$$

Beide Proportionen untereinandergesetzt und in eine dritte nach §. 61 verwandelt

$$\begin{array}{l} 13 \text{ Meilen} : 30 \text{ Meilen} = 10 \text{ Rthlr.} : y. \\ 8 \text{ Zentner} : 26 \text{ Zentner} = y \quad : x. \\ \hline 13 \times 8 \ : 30 \times 26 \quad = 10 \text{ Rthlr.} : x. \end{array}$$

giebt $x = \frac{30 \times 26 \times 10}{13 \cdot 8} = 150$ Rthlr.

Also macht allemal das Product aus den zweiten Gliedern der gegebenen Verhältnisse und dem gegebenen Gliede des zu bestimmenden Verhältnisses den Dividendus, und das Product aus den ersten Gliedern der gegebenen Verhältnisse den Divisor aus, wodurch x bestimmt wird.

§. 81.

Die für alle Fälle zu beobachtenden Regeln sind nun folgende.

1) Man sucht die in der Aufgabe gegebenen Verhältnisse, die durch ihre gleichnamigen Glieder leicht zu finden sind. Manchmal können sie auch versteckt seyn. Anmerkung zu §. 64.

2) Die Glieder der gefundenen Verhältnisse werden so geordnet, daß alle Glieder, welche auf das erste Glied des zu bestimmenden Verhältnisses sich beziehen, linker Hand unter einander, die andern rechter Hand unter einander stehen.

3) Sollten die Glieder der Verhältnisse aus mehreren und verschiedenen Sorten bestehen, so verfährt man nach §. 63.

4) Aus beiden Kolumnen schafft man die Brüche weg, nach §. 59, und befinden sich in beiden Kolumnen Zahlen, die einen gemeinschaftlichen Divisor haben: so dividirt man mit diesem beide Zahlen, und setzt statt derselben die Quotienten hin. §. 59, 2.

5) Man multiplicirt darauf die untereinanderstehenden Zahlen in einander, und aus dem Verhältnisse der Producte und dem zu bestimmenden Verhältniß findet man x nach §. 56.

§. 82.

Einige Beyspiele zur Erläuterung der gegebenen Regeln.

1) Wieviel pC. geben $3234\frac{1}{2}$ Rthlr. in $6\frac{2}{3}$ Jahren, wenn der Zinsfuß 4 pC. ist?

Nach 1, und 2 §. 81

1 Jahr : $6\frac{2}{3}$ Jahr

100 Rt : $3234\frac{1}{2}$ Rt.

nach

nach 4,

3 : 20 und einfacher 3 : 1

200 : 6469 10 : 6469

nach 5,

30 : 6469 = 4 : x oder

15 : 6469 = 2 : x nach §. 60.

$x = \frac{6469 \times 2}{5} = 862\frac{8}{15}$ Rthlr.

Anstatt aber immer einen neuen Aufsatz zu machen, pflegt man die Zahlen, welche nicht mehr gelten sollen, zu durchstreichen, und die neuen ihnen zur Seite zu schreiben.

3. $\cancel{1}$ Jahr : $\cancel{6}\frac{2}{3}$ Jahr 20

10. $\cancel{2}\cancel{0}\cancel{0}$. $\cancel{1}\cancel{0}\cancel{0}$ Rtl. : $\cancel{3}\cancel{2}\cancel{3}\cancel{4}\frac{1}{2}$ Rthlr. 6469.

30 : 6469 = 4 : x.

15 : 6469 = 2 : x.

2) Eine Mauer 6 Ellen lang, $\frac{1}{2}$ Elle dick, $6\frac{1}{2}$ Ellen hoch kommt an Arbeitslohn 9 Rthlr., wie hoch kommt eine Mauer 24 Ellen lang, $1\frac{1}{3}$ Elle breit, und 9 Ellen hoch?

Nach 1, 2 §. 81

6 Ellen l. : 24 Ellen l.

$\frac{1}{2}$ — b. : $1\frac{1}{3}$ — b.

$6\frac{1}{2}$ — h. : 9 — h.

nach 4,

6 : 24 1 : 4

3 : 8 und einfacher 1 : 8

13 : 18 13 : 6

nach 5, 13 : 192 = 9 : x, und $x = \frac{192 \times 9}{31} = 117\frac{7}{13}$ R.

Also gewöhnlich $\cancel{6}$ Ell. l : $\cancel{2}\cancel{4}$ Ell. l. 4

$\cancel{3}$. $\frac{1}{2}$ — b. : $\cancel{1}\frac{1}{3}$ — b. $\cancel{1}\frac{2}{3}$. 8

13. $\cancel{6}\frac{1}{2}$ — h. : $\cancel{9}$ — h. $\cancel{1}\cancel{8}$. 6

13 : 192 = 9 : x.

Folgende Aufgabe gehört zur Gesellschaftsrechnung. A hat zum Handel 1000 Rtl. seit $2\frac{1}{2}$ Jahren, B 2500 Rtl. seit 2 Jahren, C 3000 seit $1\frac{1}{2}$ Jahren hergegeben, damit sind 10520 Rthlr. gewonnen, wieviel bekommen A, B, C von dem Gewinn?

Wenn man überlegt, daß das angelegte Geld eine gewisse Zeit brauchte, um einen gewissen Gewinn zu bewürken: so wird man leicht einsehn, daß die Gewinne sich verhalten müssen, wie die Producte aus dem angelegten Gelde in die Zeiten. Das Hauptverhältniß besteht aus der Summe der Producte der angelegten Summen in die Zeiten und aus der Summe der Gewinne, oder es ist $1000 \times \frac{9}{4} + 2500 \times 2 + 3000 \times \frac{3}{2} : 10520$ oder $1000 \times \frac{9}{4} + 2500 \times \frac{8}{4} + 3000 \times \frac{6}{4} : 10520$ folglich

$$1000 \times \tfrac{9}{4} + 2500 \times \tfrac{8}{4} + 3000 \times \tfrac{6}{4} : 10520 = \begin{cases} 1000 \times \frac{9}{4} : x \\ 2500 \times \frac{8}{4} : y \\ 3000 \times \frac{6}{4} : z \end{cases}$$

Wenn nun die Producte im ersten Gliede der Proportion einen gemeinschaftlichen Divisor haben, so kann man sie durch diesen dividiren, und an ihrer statt die Quotienten hinschreiben, denn das dritte Glied der Proportion ist immer eins von den Producten (§. 60); also

$$1000 \times \tfrac{9}{4} + 2500 \times \tfrac{8}{4} + 3000 \times \tfrac{6}{4} = 9 + 20 + 18 = 47$$

und

$$47 : 10520 = \begin{cases} 9 : x & x = \frac{10520 \times 9}{47} = 2014\frac{22}{47} \\ 20 : y & y = \frac{10520 \times 20}{47} = 4476\frac{28}{47} \\ 18 : z & z = \frac{10520 \times 18}{47} = 4028\frac{44}{47} \end{cases}$$

A erhält $x = 2014\frac{22}{47}$
B — $y = 4476\frac{28}{47}$
C — $z = 4028\frac{44}{47}$

10520 = dem ganzen Gewinne.

§. 83.

Wenn die gegebenen Verhältnisse in einer Aufgabe aufgefunden sind, so hat man auch darauf zu achten, ob die Dinge in einem oder mehreren gegebenen Verhältnissen mit den Dingen in dem zu bestimmenden Verhältnisse im umgekehrten Verhältnisse stehen (§. 66); in diesem Falle muß jedes gegebene Verhältniß, wobey dieses statt findet, umgekehrt werden; z. B. wenn ein Fuhrmann für 3 Zentner $1\frac{1}{2}$ Meile zu fahren 36 Gr. bekommt, wieviel kann man ihm aufladen, wenn er für 45 Rthlr. 27 Meilen fahren soll. Die gegebenen Verhältnisse sind hier $1\frac{1}{2}$ Meile : 27 Meilen, und $\frac{1}{2}$ Rthlr. : 45 Rthlr. Da nun der Fuhrmann für dasselbe Geld eine geringere Last mehrere Meilen, und eine größere wenigere Meilen fahren wird; so stehen Fracht und Meilen im umgekehrten Verhältniß, und man muß setzen

$$\text{nicht } \begin{array}{r} 1\frac{1}{2}\text{ Meilen} : 27\text{ Meilen} \\ \frac{1}{2}\text{ Rthlr.} : 45\text{ Rthlr.} \end{array} = 3 : x.$$

$$\text{sondern } \begin{array}{r} 27\text{ Meilen} : 1\frac{1}{2}\text{ Meile} \\ \frac{1}{2}\text{ Rthlr.} : 45\text{ Rthlr.} \end{array} = 3 : x.$$

$$\text{also } \begin{array}{l} \cancel{9}.\cancel{27} : \cancel{x}\frac{1}{2}.\cancel{3}. \\ \quad 1.\frac{1}{2} : \cancel{45}\ 5 \\ \hline \quad 1 : 5 = 3 : x,\ \text{und } x = 15\text{ Zentner.} \end{array}$$

Wie groß muß ein Kapital seyn, welches, wenn es zu 5 pC. belegt wird, in 3 Jahren $97\frac{1}{2}$ Rthlr. Zinse bringt? Die gegebenen Verhältnisse sind 1 Jahr : 3 Jahr; und 5 Rthlr. Zinse : $97\frac{1}{2}$ Rthlr. Zins. Wenn nun ein Kapital eine bestimmte Summe an Zinsen aufbringen soll, so werden bey einem kleinen Kapitale mehrere Jahre, bey einem größern wenigere Jahre dazu erfordert. Man setzt also

nicht 1 Jahr : 3 Jahr
5 Rt. Z. : 97½ Rt. Zinse = 100 : x.

sondern 3 Jahr : 1 Jahr
5 Rt. Z. : 97½ Rt. Zinse = 100 : x.

und also $\cancel{3} : 1$
$2.\cancel{10}.\cancel{5} : \cancel{97\frac{1}{2}}.\cancel{195}.\cancel{39}.13$

$2 : 13 = 100 : x$
$1 : 13 = 50 : x$ und $x = 650$ R.

Wenn die Last Rocken 90 Rthlr. gilt, so soll ein 6 Groten Brodt 3 Pfund 29½ Loth wiegen; wenn nun die Last auf 45 Rthlr. fiele, wieviel muß dann ein 4 Groten Brodt wiegen? Kornpreise und das Brodtgewicht stehen in einem umgekehrten Verhältniß, also

nicht 90 Rthlr. : 45 Rthlr.
6 : 4 = 125½ Lt. : x

sondern 45 Rthlr. : 90 Rthlr.
6 : 4 = 125½ Lt. : x.

und $\cancel{5}\ \cancel{45} : \cancel{90}\ \cancel{10}\ 2$
$3\ \cancel{9} : \cancel{4}.2$

$3 : 4 = 125\frac{1}{2} : x$
$6 : 4 = 251 : x$
$3 : 2 = 251 : x$; $x = \frac{502}{3} = 167\frac{1}{3}$ Lt.
$= 5$ Pf. $7\frac{1}{3}$ Lt.

Funf-

Funfzehntes Kapittel.
Von der Kettenregel.

§. 84.
Vergleichung von Maaßen, Gewichten und Geldsorten.

Zwey Gewichte werden verglichen, wenn man dieselbe Quantität Waare nach beiden bestimmt, die Gewichte selbst aber werden mit den verschiedenen Zahlen von Pfunden, Lothen u. s. w. welche die Bestimmung gab, in einem umgekehrten Verhältniß stehen. Wenn eine gewisse Quantität Waare in Oldenburg 784 Pfund wiegt, und dieselbe in Bremen 777 Pfund; so sind 784 Oldenburger Pfund einerley mit 777 Bremer Pf.; und ein Oldenburger Pfund wird sich zum Bremer Pfund verhalten wie 777 : 784 oder wie 111 : 112. Eben dies gilt auch von Maaßen, nur daß dort gewogen, hier gemessen wird. Aus der Vergleichung also von verschiedenen Maaßen und Gewichten lernt man ihr Verhältniß zu einander kennen. Münzsorten mit einander vergleichen, heißt eine Anzahl Stücke von der einen Sorte bestimmen, welche mit einer bestimmten Anzahl Stücke von der andern Sorte gleichen Werth hat, dies ist dann erst möglich, wenn man weiß, wie sie sich zu einander verhalten. Ihr Verhältniß aber fängt nicht bloß von ihrem innern Gehalte, sondern auch von andern zufälligen Umständen ab.