Vorstellung bemerckter Arithmetischer Haupt-Gründe durch ungezweifelte Demonstrationes

Focken, Gerhard

Oldenburg, 1734

VD18 13116657

urn:nbn:de:gbv:45:1-17951

Vorstellung
bemerckter Arithmetischer
Haupt=Gründe

durch

ungezweifelte Demonstrationes

abgefasset

von

Gerh. Focken,

Advocato und Procuratore Ordinario beym Königl. Land-Gericht zur Oevelgönne.

OLDENBURG /
Gedruckt bey Joh. Conr. Götjen / Königl. Dän. privil. Buchdr. 1734.

Vorrede an den Geneigten Leser!

ES ist bey allen Verständigen die unauszusetzende Wahrheit daß die Arithmetica oder Rechen-Kunst, im Menschlichen Leben, eine höchst-nöhtige und unentbehrliche Wissenschafft sey: Dahero auch solche zu erlernen, sowol informatores als nützliche Bücher sich GOtt Lob sattsahm finden. Ob nun wol also unnöthig scheinet, ein mehrers davon ans Licht zu geben: so habe ich doch nicht undienlich erachtet, auch diesen Tractat ausgehen zu lassen, und darin vorzustellen, welche Haupt-Fundamenta bey müssigen Stunden ich in erwehnter Wissenschafft observiret habe. Damit nun mir nicht vorgeworffen werden möge, daß sothanes Wort: Haupt-Fundament gar seltzsahm klinge; Als habe hiemit mich zu erklähren nicht umbhin können, wohin diese meine Arbeit ziele.

Zwar sind mir die Fundamenta desselben mit denen Reguln nohtwürfftig gelehret worden, dennoch habe ich auch folglich in einigen wenigen gemeinen und bekandten Büchern ferner proprio marte mich in etwas von den Quadrat-Wurtzeln und was darzu gehöret, auch von der Algebra durch Göttliche Vor-und Beyhülffe, erkundiget; Weil aber ich zu einem andern studio und Arbeit employret worden, so, daß auf der Leiden oder Papier zu rechnen, ich nicht viele Zeit wo anders ich nicht in stetiger der menschlichen Natur unerträglichen Schlaverey mich selbst begeben wolte, übrig gehabt; und dann gleichwol an der Rechen-Kunst ein besonders Gefallen trage: so habe ich doch zu meinem Zeit-Vertreib in meinen Kopfe, die eigendliche Gründe, so ich aus den mir zu Händen gekommenen Büchern, nicht völlig ausgedruckt sahe, nachgespühret, und befunden, daß das vornehmste dieser Kunst in dem Fundament bestehe, und wer nur denselben so zu sagen recht betreten, sogleich zu dem Gipfel gelangen könne; Dannenhero ich nicht unterlassen wollen, das wenige, so ich nachgedacht zu Papier zu bringen. Nun ist nicht meine Intention, daß ich die gantze Rechen-Kunst verfassen, oder etwas neues vorgeben wolle, (denn ein Verständiger gestehen wird, daß alles, was in den Büchern verhanden, von den primis principiis den Ursprung haben) sondern nur zu zeigen, wie man Gelegenheit nehmen könne, alles in dieser Kunst vorfallendes zu demonstriren, so, daß mans handgreifflich spühren könne, quid verum sit aut falsum. Will also niemanden darin etwas vorgeschrieben haben, als worzu mich zu wenig achte, solches denen berühmten Rechen-Meistern überlassend: Denn ich eben keinem rahten wolte, diese methode bey Knaben, als deren Judicium noch so weit nicht steiget, zu gebrauchen.

Nicht desto mehr will ich diesen Tractat eigendlich vor Gelehrte geschrieben haben, sondern dem teutschen Leser zu Nutz und Gefallen: Daher dann alles so viel müglich mit soliden Gründen dargethan, so, daß mich mit allegirung anderer Authoren, deren ich auch mich zu bedienen keine Gelegenheit gehabt, nicht aufgehalten, dessen auch es in der Rechenkunst nicht bedarff, als worin gleichsam das Werck sich selbst als richtig darstellen muß.

Und wie also auch der gewissen Hoffnung lebe, daß dieser kleine tractat, als worin alles zu verfassen, so wol an sich selbst, als meiner Ammts-Geschäfft-halber, unmüglich gewesen, dem geneigten Leser nicht mißgefallen werde: So will mich dessen Gewogenheit empfehlen, und versichern daß solchenfalß data Occasione nicht ermangeln werde, auf Verlangen ferner mit dergleichen tractaten in dieser und einigen andern Wissenschafften zu Dienste zu seyn,

Oevelgönne / den
30 Julii 1729.

Weitere

Weitere Vorrede.

Höchst-und Hochgeneigter Leser!

ES ist, nach dem durch GOttes Geist geschehenen Ausspruch des Königes Salomonis im Buch der Prediger cap. 12. v 12. des vielen Bücher-machens kein Ende. Dahero gleichsam der vielen Weitläufftigkeit zu entgehen, die gründliche Wissenschafften recommendiret werden; alsdann die nohtdürfftige ampliationes sich von selbsten nach gerahde an die Hand geben. Jedoch kan es einer unmüglich treffen, daß es allen gefalle, und dieses wegen unterschiedener Naturell. In dem in Corp. Constit. Oldenb. p. 3. N. 37. befindlichen Advocaten - Eyde ist unter andern auch merckwürdig, daß unnöhtige Weitläufftigkeit enthalten, und müglichste Kürtze gebrauchet werden solle; Welches aber im vorhergehenden erklähret wird, so viel nemlich eines jeden Wissen und Verstand zuläßt; maßen der eine, eine Sache viel eher begreiffen, der andere selbige mit kurtzern Begriff deutlich vorstellen, ein anderer aber andere Vortheile præstiren kan. Wann nun gleich das Sprichwort: Nihil est dictum, quod non dictum sit prius, wahr ist und bleibet, so ist doch aus der Erfahrung bekandt, daß es mit den Wissenschafften und Künsten gleichsahm so beschaffen, als wenn einer in einem gleichförmigen Gebäude geführet werde. Wenn nemlich selbiges erst angeleget, oder so weit, daß man schon sehen könne, was es seyn solle, zur perfection gebracht, so kan man alle Gründe und prima principia deutlich sehen, und admiriret, daß es so wol angeleget und suchet selbiges müglichst zu imitiren. Hernach, wenn es mit galanten Gemählden und andern Kunst-Stücken ausgezieret, bleiben einem offters die Augen darüber erstarret. Ja! es trägt sich zu, daß ein und anders daran verändert, theils compendieuser, theils grösser auch viel höher gemachet werde, daß jedoch der Grund-Satz fest bleibe, als welchen auch einer wissen muß, falß er die Verbesser- und Veränderung (welche aber nur eigendlich in dem Ansehen bestehet) genau erkennen, und davon die rationes zu verstehen sich befleissigen will. Man kan also freylich wol sagen, daß itzo die Künste gleichsahm auf dem höchsten Gipfel gestiegen. In unserer Jurisprudentz (daß ich nur nach meiner Einfalt davon rede) kan ein Muster eines wol-ausgezierten Gebäudes ersehen werden. Es haben viele fürtreffliche ICti sich bemühet, die Rechts-Lehre bald auf diese bald auf jene Manier begreiflich zu machen, und zu behaupten. Da finden sich so viele Reguln welche ihre Exceptiones und beede ihre Ampliationes und limitationes haben, hinwiederum finden sich Hypomnemata, opiniones, und was sonsten herrliches und fürtreffliches genandt werden mag, so itzo alles anzuführen so wenig zu des Authoris Endzweck dienet, als er ihm solches anmasset. Nicht aber (umb auf die widerwärtige Meinungen zu kommen) zu geschweigen, daß offters in ein und andern Wissenschafften ein Streit über einige Redens-Arten entstehe, woraus die eine andere Meinung hegende Gegen-Parthey einige Folgerungen ziehet, und zwar nicht allemahl ohne Ursache, so daß es besser wäre sich solcher Redens-Arten zu enthalten.

Da nun der Author nach seiner Wenigkeit in seinen Studiis allemahl auf die Grunde zu sehen, und selbige wo müglich nach zu spühren mir angelegen seyn lasse; so ist ihm auch solches insonderheit ziemlicher massen in der Rechen-Kunst gelungen; gestalt er dann dergleichen und andern Wissenschafften nicht leicht was vor fest glaubet wovon er nicht völlig überzeuget wäre so daß ers selber deutlich demonstriren könne, dagegen in Glaubens-Sachen die Vernunfft schweigen, und in der Historia, und den dazu gehörigen Wissenschafften, einseits die Aufrichtigkeit das beste thun, und anderseits die memoria prædominiren muß.

Ubrigens ist zwar die Arithmetica mit der Geometrie nahe verwandt, kommt auch in dieser sehr viel und unentbehrlich zu statten, Doch! wie diese ihre besondere principia hat; so ist man der Meinung, daß, weil noch bißhero keine genaue Vergleichung derselben erfunden worden, solches die Ursache sey, daß es mit der quadratura Circuli ja gar nur eine linie proportionalis nach der II. proposition des 2. Buchs Euclidis arithmetici zu theilen so schwer hält, so daß wer dieses nicht kan, die quadraturam auch schwerlich præstiren wird. Was aber die accurate Theilung der linie unmüglich machet, ist dieser Unterscheid die Ursache, daß die Zahlen ein Quantum discretum ausmachen, dagegen eine linie (wie auch andere superficies) pro quanto continuo gehalten wird, dabey aber so subtil ist, daß mans kaum mit Gedancken begreiffen mag. Es hat der Author mit Rechens-Arten, so kein fundament haben, vielweniger, so einigen Aberglauben hegen, nichts zu schaffen; muß aber doch die Vortrefflichkeit der Zahlen anpreisen, weswegen man nur Gobelin. Person. Cosmodrom. ætat. 1. cap. 2. anführet, woselbst num. 20. & 30. die perfection der 6ten und 7den Zahl berühret, aus erstern, die ratio der 6 Tagen der Schöpffung genommen wird: Wie weit aber der Author mit diesen Tractat gekommen, wird der Schluß zeigen. Seine häuffige Ammts-Affairen haben nicht zugelassen es weiter aus zu führen, sondern hat itzo vorerst (nachdem er das Sprüchwort: Ignati nulla cupido wahr befunden) in GOttes Nahmen diesen Tractat selber in Druck zu geben und damit seinen Nechsten zu dienen resolviret. Wer

nun

nun was wieder den Authorem zu erinnern hat, wolle seiner mit anzüglichen Raisonniren verschonen: sintemahlen

> Falsum testimonium juncta legis divinæ genuinum intellectum, illud etiam vocatur, siquis ex maligno animo verum dicat in perniciem proximi
>
> Jacob:Stephani Observat. Theor. Pract. &c. Obs. 61. pr.

Was soll man den sagen, wenn die Wahrheit verdrehet oder statt dessen Unwahrheit vorgebracht wird:

Es will aber diesen Tractat allen Rechens-liebenden dediciret, und sich dabey zu des geneigten Lesers Gewogenheit recommendiret haben, als

Desselben

Oevelgönne, den
1. Aug. 1734.

tief-und gantz-ergebender
Diener,

der Autor

Folget

Folget der Tractat.

MEin Leser! wilst du nun vom Rechnen profitiren:
So mercke fleissig auf / was Fundamenta thun.
Doch strebe / daß du dort ohn einigem studiren
Das dreymahl Heilige erkenn'st im steten Nun.

Ein Discours zwischen 2 Rechnens-übenden / wovon einer mit A und der andere mit B bezeichnet.

Erste Entrevüe.

A ES sind zwar mannigerley Manieren, wodurch das Rechnen geschehen kan. Als vor diesem hat man der Lienien und Rechen-Pfenning sich bedienet. Doch ist diejenige Rechen-Kunst, so durch die itzt übliche gemeine Zahlen, welche, wie die Gelehrten behaupten, von den Arabern herkommen, von die bequemste geachtet worden.

B Also bleiben wir auch mit unserer Demonstration dabey: sonst wann es verlanget würde, solche eben wol in denen andern Arten geschehen könte.

A Wie rechnet man aber am füglichsten mit den so genandten Röhmer Zahlen? Solte man wohl damit so verfahren können, als mit den gemeinen Zahlen?

B Ich achte, daß die gantze Arithmetica überhaupt ihre durchgehende principia habe, welche in allen Manieren statt finde. Aber, daß zwar mit Röhmer Zahlen könne gerechnet werden, ist wol nicht ohne. Jedoch! wenn man damit nach Art der gemeinen Zahlen verfahren wolte, würde solches eine grosse Confusion geben, es wäre dann, daß man besagte Manier zum Grunde nehme, und darauf genau acht hätte.

A Wir wollen dann sehen, was man in den gemeinen Zahlen bey der Numeration, welche einige für die erste Species der Rechen-Kunst halten, worin gleichsahm das a. b. c., Buchstabieren, Lesen, Schreiben ꝛc. fürkommt, mit der demonstration vermöge: Zumahl, da selbige Species wol an sich ihre Richtigkeit haben wird.

B Ja! solche lässt sich bald begreiffen, wie denn die kleinen Kinder in der Schulen schon die Zieffern als 0. 1. 2. 3. ꝛc. aussprechen und schreiben lernen.

A Warumb solten denn wol die Zahlen in solcher Figur geschrieben werden.

B Solche Frage ist mir zu hoch und gehet über meinen Horizont. Doch! wo einige Raison salvo cujuscunque meliori Judicio zu geben erlaubet, und zwar damit man nicht das Ansehen bekomme, ob wolte man sich tacendo verdienet machen: So antworte ich, daß nicht ohne, daß die Arithmetica und Geometrie zum Theil mit einander verwandt. Und im letztern findet man, daß wol einige Striche oder Figuren in Circuln beschrieben werden. Nun konte es seyn, daß diejenige, so obgedachte gemeine Zahlen zuerst gebraucht oder erfunden, solche von dergleichen Figuren hergenommen, wann sie derselben einige gesehen, (deren sich die Araber vielleicht bedienet) als O, so so viel bedeutet, als Nichts, indem darin gar kein Strich oder Figur: und weil solche Zeichen leicht zu schreiben, wird selbiges so beybehalten seyn.

A Das lässt sich vorerst hören, aber ich sehe nicht, wie man endlich damit auskommen werde.

B In der Figur ⊖ oder ⦶ alwo eine Lienie oder der Diameter durchs Centrum gehet, wird die Zahl 1. bemercket seyn. In der

Figur

Figur oder die Zahl 2 : Mit oder die Zahl 3. mit 4 und so ferner: 5 durch eine fünff Eck, 6. durch eine 6 Eck ꝛc.

A. Was will denn damit gesaget werden?

B. Es werden also die itzige Zahlen darnach seyn geschrieben worden. Denn Eins wird nur durch einen Strich bezeichnet 1. weil den Circul darum zu machen zu weitläufftig wird gefallen, und folglich alle übrige Zahlen ohne Circul geschrieben, und selbiger nur allein zu Beschreibung der null beybehalten seyn.

A. Aber 2. 3. 4. & 5. ꝛc. haben doch eine gantz andere Figur, als in dem Circul beschrieben.

B Ich halte dafür, daß durch das geschwinde Schreiben die beyden Striche in der bezeichneten 2 mit eins weggemachet, wie auch in 3. da denn imgl. 3. 4. 5. 6. ꝛc. geschwinde weggezogen, so, daß einiger massen die Ehnlichkeit der Figur beybehalten worden.

A. Aber! wie kommt es dann, daß die Zahl 8 scheinet aus 2 Nullen als die eine oben und die andere unten componiret zu seyn?

B. Entweder, weil das octangulum am meisten denselben am allergeschwindesten zu schreiben, gleich scheinen wird, oder auch, daß etwa zwey Figuren von vier nullen auf einander gezeichnet folglich aber die Figuren nicht mehr darin gemachet, und also die blossen auf einander stehenden Nullen geblieben seyn werden.

A. Gemach! mon Amy, man kommt hierin zu weit.

B. Ja! Monsieur! Es ist zum Zeit-Vertreib. Ich will erwarten, daß ein ander es besser machet. Denn ich eben viel zu seyn achte, ob die Striche in oben, oder unten der Null gemachet wären, oder ob etwa Rechen-Steine (worauf die obbemerckte gemeine Zahlen gestanden) damit abgebildet und es gleich thun konte, wie die Zahl bezeichnet würde; nur, daß wir in unserm Discurs billig die gemeine oder vielmehr (denn sonst einer meinen mögte, daß wir zweyerley Zahlen als künstliche und gemeine unterscheiden wolten) bekandte Zahlen verstehen. Ich mag nicht gerne in einer Sache weiter gehen, als was ungezweifelt zu demonstriren.

A. Wir müssen also wol nur beschauen, was in der Zusammensetzung der Zahlen vorfällt. Dar fragt sichs nun, warumb solches von der lincken zur rechten geschehe, da sich doch das contrarium besser schicken würde: nemlich warumb man zwölff 12 und nicht 21. Item, neun und achtzig 89. und nicht 98 schreibe.

B. Es ist uns nach unserer Schreib-Art da wir von der lincken zur rechten schreiben sehr commode, daß man die grösseste Stelle erstl. bemercket, nemlich daß man in zwölff oder neun und achtzig zu schreiben, die Stelle, welche so viel als 10 bedeutet, nemlich wo die 1. oder 8. stehet, zuerst bezeichne, und hernach die Stelle, woselbst der Unität-Platz, als wohin die Zahlen bis an 10. gehören, neml. 2 oder 9. Ueberdem! wenn man betrachtet, wie die Ziffern aufm Papier stehen, die tausenste Stelle allemahl vor der Hundersten, und diese vor der Zehenden, und so ferner die Höchste über der Niedrigsten, zur rechten Hand sich befindet. Daher kommt es auch, daß 10. 200. 2c. also müssen geschrieben werden, da dann durch die null zu verstehen gegeben wird, daß selbiger Platz, wie alhie die Zehend- und Unität-Stellen, von andern Zahlen ledig sey.

A. Man findet auch in einigen Rechnen Büchern, daß einige exempla in der Numeration aufgegeben werden, unter andern wie man Eilfftausend Eilffhundert und Eilff schreibe. Welches dan solcher gestalt

$$\begin{array}{r} 11000 \\ 1100 \\ 11 \\ \hline 12111 \end{array}$$

bewerckstelliget wird.

B. Gar recht. Jedoch! wenn man die Manier dieses Rechnens besiehet, so giebt derjenige so Eilfhundert saget bereits zu verstehen, daß er damit schon weiter gestiegen, als die hunderte Stelle fassen könne. Daher folget, daß zu der tausend-Stelle ein tausend hinzu gehe, also in der hundert Stelle nur einhundert bleibe: Daß, also, wer solche und dergleichen Aussprüche der Zahlen schreiben will, das Addiren schon in etwas verstehen muß.

A. Solche Species erfodert, daß man die Zahlen in behöriger Ordnung unter einander setze, als

2347
896
1057
34
4334

B. Ist gar recht: sonst es seltzam würde heraus kommen, wenn eine Zahl, so unter der Unität Stelle gehörig, in der Zehend-Stette gesetzet würde, dannenhero eine jede Ziffer in ihrer behörigen Stelle muß unter einander gesetzet werden.

A. Und ist zu bemercken, daß wenn es z. E. über 10. kommt, man die eine Zahl im Sinne behalte, und zu der folgenden Reihe addire.

B. Weil solche im Sinne behaltene Zahl zu der folgende Stelle gehöret, muß sie auch dar-hin-zu-gethan werden, und wenn man die erste Reihe vom besagten exempel zusammen rechnet, kommt,

	24	
die andere Reyhe kommt	210,	die 3te zusammen
kommt	1100	die 4te
kommt	3000	
Summa	4334	

A. Im Subtrahiren ist solches gleichfals nöhtig, als:

2064
239
1825

B Freylich, denn sonst es eine richtige Confusion geben würde, wenn eine Ziffer, so unter der Unität-Stelle gehöret, von einer Zehend-Stelle subtrahiret würde, u. s. w.

A. Aber wenn, wie in diesem exempel irgendwo eine Zahl, so weniger

niger, als die druntenstehet, oder eine null sich findet, muß ich von der folgenden Stette 10. borgen, und wird dan solche folgende umb eins weniger.

B. Ist leicht zu begreiffen. Denn, wie in diesem exempel die 9. soll subtrahiret werden, kan solches nicht anders als von 10. geschehen, dazu 4. sind 14., davon 9. bleiben 5. Und die Stelle, davon die 10. genommen bleibet auch nur 5. Und wenn die 200. von 2000., weil in der Hundert = Stelle keine Zahl verhanden, soll gezogen werden: So muß ich nach der folgenden Stette gehen, und also zweyhundert von zwanzig hundert oder 2000. abziehen, kommt das facit richtig.

A. Man hat auch proben, wodurch diese Species probiret werden; neml. die additio per subtractionem & vice versâ.

B. Diese probe, weil solche aus der Vernunfft fliesset, nemlich, wenn ich von einem Ding e. g. etwas abnehme, und von dem abgenommenen den rest hinzu thue, daß die Summe wovon der Abzug geschehen, wieder heraus komme, hält dan den Stich.

A. Aber! weil in der Additio wenn viele Summen miteinander addiret werden, wie in obigen exempel, diese probe sich nicht füglich thun lässt: so gebraucht man sich auch wol etlicher Zahlen, welche man durchrechnet, als unter andern die Zahl 9., da dan solche in den in obigen zu addirenden Zahlen gerechnet, 6. übrig bleiben, und so viel auch in dem facit. Da fragt sichs nun, weil solche Durchrechnung in Zahlen, so an unterschiedenen Stetten stehen, geschiehet: Wie es beyder wegen richtig eintreffen könne?

B. Wir wollen nur erstl. untersuchen: wie es komme, wenn man z.E. 30. 40. 50. mit 9. durchrechnet oder theilet allemahl die selbige erstere Zahl als in 30. 3. in 40. 4. in 50. 5. u. s. w. übrig bleibet. Nun ist zu bemercken, daß 9. die letzte Zahl, so in der Unität Stelle gehöret. Solche von der immediate darauf folgenden Zahl 10. genommen, bleibet ja die erstere in der Unität = Stelle stehende Zahl, als 1. übrig. Und also wenn ich weiter gehe, und folgende 9. nehme, kommen 19, bleiben von 20. wieder 1. übrig, zu obige

1. hinzugethan, sind 2. wenn ich weiter 9. nehme, kommen 29. von 30. bleiben auch 1. zu ged. 2. sind 3. u. s. w. Welches dann ein nachdencklicher Arithmeticus in den folgenden, als Hundert-Tausend-rc. Stellen auch so befinden wird; Daher folget, daß erwehnte Durchrechnung angehen könne, und die Probe halte. Mit andern Zahlen aber, als 8. 7. 6. rc. trifft es nicht ein, denn wenn ich 8 von 10. nehme bleiben 2. wieder folgende 8. (NB. von 11. an zu rechnen) von 20 bleiben wieder 2. zu obige 2. sind 4. oder kürtzlicher 2 mahl 8. von 20. 4. Jedoch! weil 3. in 9. begriffen kan die Probe damit auch geschehen.

A. Ein unrichtiger Rechner aber kan wol eine Summe setzen, darin diese probe auch angehet, aber doch die Summe selbst unrichtig: Daß also daher diese Probe in den Arithmetischen Büchern für ungewiß wird ausgegeben werden. Man pflegt sonst eine Reihe auf, und dan selbige auch wieder zur probe herunter zu rechnen.

B. Es ist freylich die accurates das beste beym Rechnen, und gilt da Acht mehr als 1000. wie dan auch die

Multiplicatio

erfodert, daß man wol Achtung gebe.

A. Wer solche verrichten will, muß das, in der von Pythagora erfundenen Tabell enthaltene Einmahl eins wol verstehen, ohne welchem die Operation nicht geschehen kan, als z. E.

	6089.
mit	24
	24356
	12178
	146136

da ich mit der ersten Zahl als 4. die oberste Zahlen zu multipliciren anfange, und was jedesmahl mehr kommt, als in dem multiplicirten Gliede oder Stelle stehen kan, im Sinne behalte, und zu der folgenden multiplication addire.

B. Das Multipliciren ist ein kurtzes addiren, massen die Zahl, so multipliciret wird, so offtmahls in den Product steckt als die Zahl, womit man multipliciret, sich beträgt. Wann ich nun in besagten Exempel die 9. mit 4. multiplicire oder die 9. 4. mahl nehme, kommen 36. wovon 6. in dem articulo unitatum oder der Unität Stelle gehörig, die 3. als 30. aber in der Zehend-Stelle: Da dan die 3. im Sinne behalten, und zu der folgenden Multiplication des zu 4. mahl in der Zehend-Stelle stehenden 8 füglich hinzugethan werden: Kommen 35. wovon allhie die 3. in der Hundert-Stelle gehörig, und alda nur hingesetzet werden, indem man mit der droben stehenden null nicht multipliciren kan.

A. Auch muß man, wenn man das folgende Product, als allhie mit 2. machet, selbiges allemahl umb eine Stelle zurück stellen.

B. Indem der folgende multiplicant als allhie 2. eigendlich so viel als 20. bedeutet, daher weil die zuletzt erfoderliche additio als, wodurch die Summe heraus kommt ordentlich geschehen muß, ist nöhtig, daß sämmtliche Producten auch in rechter Ordnung gestellet werden. Und muste man also unter den ersten Zahlen der vorhergehenden Producten so viele null setzen, welche aber, um solcher Mühe zu erspahren nur ausgelassen werden.

A. Wenn aber eine null sich entweder in der Mitten oder Hinten des multiplicanten findet, wird solche null nur hingesetzet, und mit dem folgenden Product in selbiger Reyhe fortgefahren, als:

```
  2164
    1200
  ------
  432800
  2164
 -------
 2596800
```

B. Weilen, ob wol mit nullen man nichtes ausrichten kan, dennoch die erfoderliche Stette damit muß bezeichnet werden, so wird, wenn nur dieses geschicht, ein mehrers nicht erfodert; Da dann in obigen multiplicanten die 2. so viel als 200. und 1. so viel als 1000. in sich hält.

A.

A. Wir wollen denn nur vor dißmahl noch das

Dividiren

betrachten, als wodurch die Zahlen künstlich getheilet werden; Daher weil es eine kurtze Subtraction ist, es ohne derselben nach vorgehender multiplication des dividenten mit dem quotienten, nicht kan verrichtet werden; als z. E.

~~2~~ 1
~~3~~ ~~5~~ ~~0~~ 1
~~8~~ ~~4~~ ~~3~~ ~~9~~ ($172\frac{11}{49}$
~~4~~ ~~9~~ ~~9~~ ~~9~~
~~4~~
~~3~~
~~3~~ ~~4~~ ~~4~~ ~~8~~
~~9~~

worin allemahl facta multiplicatione & subtractione mit dem multiplicanten solcher gestalt fortgerücket wird. Wiewol man mehrerley Manieren desselben hat, und wenn etwas übrig bleibet, ist solcher des dividenten Theil.

B. Es ist vernünfftig, daß von dem grössern Articulo oder Stette der Anfang geschehe, als: in obigem exempel findet sich daß zuforderst 49. in 8000. 100 mahl, und in 3500. 7 mahl, und in 109. 1 mahl genommen werden könne, bleiben 11 übrig als ein Theil des Divisoris. Wiewol auch von den kleinern Stetten der Anfang gemachet werden kan, als:

~~9~~ 1
~~4~~ ~~3~~ ~~4~~ 1
~~8~~ ~~4~~ ~~3~~ ~~9~~ ($172\frac{11}{49}$
~~4~~ ~~4~~ ~~4~~ ~~9~~
~~9~~ ~~9~~

~~9~~ ~~8~~
~~3~~ ~~4~~ ~~3~~

da dan 49. in 139. 2 mahl, und in der tausend = hundert = und zehend = Stelle 7 mahl so zu verstehen, daß viel nach geschehener multiplication oder subtraction übrig bleibe, als der divisor sich ein oder mehr= mahl beträgt, und kommt auf eins hinauf, wie wol man sich lieber der sichersten oder vielmehr leichtesten Manier bedienet.

A. Man hat gleichfals einen Vortheil im dividiren, wenn in dem divisore an der geringsten Stette nullen stehen.

B. Eben wie im multipliciren droben angeführet, unterlässt man nur die öfftere Hinschreibung derselben.

A. Die proben der Multiplication und Division sind denn auch gar richtig, wenn man nemlich die multiplication durchs dividiren entweder der Zahl so multipliciret worden, oder der Zahl womit die multiplication geschehen, in der Summe theilet, da eines oder das andere heraus kommt; und gleichfals in der division den divisorem mit dem Facit multipliciret; da die Zahl so getheilet, (wenn im Fall des Uberrestes solcher hinzu gethan wird,) heraus kommt.

B. Die Vernunfft giebt es, daß wenn man ein Ding einige mahl ver= mehret, und wieder so vielmahl theilet, eben solch Ding, wie im An= fang es gewesen bleibet, & vice versâ. Halten also solche proben den Stich: Und ist itzo unnöhtig weitläufftig davon zu discuriren.

A. Nun hätte man auch zu betrachten, wie man in den 4 Species in exempeln von Gelde und Korn 2c. verfahren müsse.

B. Es will vor dißmahl unsere Gelegenheit nicht seyn: Und ist sol= ches aus den Rechen = Büchern genug zu ersehen, wie damit zu ver= fahren, daß nemlich man fleissig müsse Achtung geben, damit man Thaler gegen Thaler, Grotens gegen Grotens 2c. reducire, und dann nur ordentlich verfahre.

A. Jedoch muß man auch wohl die Brüche beschauen, und zufo= derst das

Numeriren

alwo die oberste Zahl, als in, $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{5}{8}$. u. d. g. der Zehler, und die

die unterste der Nenner genannt wird. Wäre die Frage, ob solche Brüche in den Rechnen man nicht wol entbehren könne, indem selbe viele Mühe geben?

B. Es sind viele Dinge und Sachen in der Welt, so eine Vergleichung mit einander haben; theils auch an sich betrachtet, sind zwar gantze, aber, in Ansehung anderer, deren Theile. Dahero weil offters davon die Frage, auch die Rechnung in Brüchen nöhtig.

A. Man gebraucht auch das abbreviiren, da man nemlich den Zähler und Nenner durch eine gewisse Zahl theilet, und kleiner macht, welche also erfunden wird, wenn man den Nenner durch den Zehler und mit den Rest den Nenner so offt dividiret, bis eine Zahl sich ergiebet, welche in der dividirten Zahl accurat aufgehet.

B. Es ist viel commoder und begreiflicher mit kleinen Brüchen umb zu gehen, als mit grossen: daher solche billig, so viel müglich, verkleinert werden, da dann allemahl der Wehrt oder die Geltung desselben gleich bleibt. Wie $\frac{2}{7}$ eben so viel sind, als $\frac{4}{6}$ oder $\frac{8}{12}$. Wenn nun der Nenner in dem Zehler aufgehet, so ist der Zehler ein Theil des verkleinerten Nenners, sonst kan man durch eine gewisse Zahl, wo es kan angehen, den Bruch abbreviren, oder die Zahl, wodurch es geschehen, erwehnter massen suchen, da dann aus der Operation folget, daß, wenn rückwerts die quotienten mit denen Nennern, wie in diesen

$$\frac{221}{247}$$

```
 26 ,            1
247 ( 1         63
221            221 ( 8    26 ( 2
                26        13
```

wieder multipliciret, und jedesmahl die Nenner wieder dazu gethan wird, als:

$$\begin{array}{r} 13 \\ 2 \\ \hline 26 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 26 \\ 8 \\ \hline 208 \\ 13 \\ \hline 221 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 221 \\ 1 \\ \hline 221 \\ 26 \\ \hline 247 \end{array}$$

man wol sehen kan, daß sowol Zehler als Nenner so genandte numeri compositi nemlich von gleichen Zahlen, wie alhie von 2. wie auch von 13. einige mahl zusammen gesetzet, und selbige darin begriffen seynd. Wo aber eins übrig bleibet, folget, daß der Nenner ein von einigen so genandter numerus primus oder zwischen denenselben keine Vergleichung zu treffen sey.

A. Und wenn man solche gleiche Brüche kreutzweiß multipliciret, kommet ein Facit, wie allhie

$$\begin{array}{ccc} \frac{2}{3} & \times & \frac{4}{6} \\ \hline 12 & & 12 \end{array}$$

B. Nemlich wenn man den kleinesten Nenner, wie alhie 3., (welcher aber sonst in Ansehung des Bruches nemlich $\frac{1}{6}$ und $\frac{1}{3}$ grösser ist, als der 6te Theil) mit dem grössesten Zehler, als allhie 4, & vice versa multipliciret, kommt es gleich, nemlich 12. Nun wenn ich 12 Zeichen (wir wollen Nullen nehmen, deren jeglicher 1. bedeuten soll) setze, so ist 3 von 12. $\frac{1}{4}$ und machen 4 mahl $\frac{1}{4}$ von 12, nemlich:

1	2	3	4
o o o	o o o	o o o	o o o
$\frac{3}{12}$ od. $\frac{1}{4}$			

so viels als 2 mahl $\frac{1}{2}$ (nemlich $\frac{6}{12}$ ist $\frac{1}{2}$) von 12.

1	2
oooooo	oooooo
$\frac{6}{12}$ od. $\frac{1}{2}$	

A.

A. Im Addiren und Subtrahiren ist erfoderlich, daß, wann die Nenners der Brüche ungleich seyn, solche, damit die Operation geschehen könne, unter gleiche Nenners gebracht, so, daß die Nenners in einander multipliciret werden, da dann, wo einige sind, so in einander aufgehen, der bekandte Vortheil gebrauchet wird.

B. Wenn durch solche Manier der general Nenner gefunden, als:

$$\begin{array}{c|c} & 15 \\ \frac{2}{3} & 10 \\ \frac{4}{5} & 12 \\ \hline & 7 \end{array}$$

22 ($1\frac{7}{15}$

x8

so hat man $\frac{10}{15}$ und $\frac{12}{15}$ und muß das Facit durch die addition nemlich $\frac{22}{15}$ oder $1\frac{7}{15}$ just heraus kommen.

A. Im subtrahiren nemlich

$$\begin{array}{rl} \text{von} & \frac{12}{15} \\ \div & \frac{10}{15} \\ \hline & \frac{2}{15} \end{array}$$

hat es gleiche Bewandniß. Doch wird auch wol zuweilen erfodert, daß, wann so dann die oberste Zahl grösser ist, als die unterste, man so dann von der nebenstehenden gantzen Zahl eine borget, welche dann so viel ist als der general Nenner, als:

$$\begin{array}{r|r} & 20 \\ 4\frac{1}{4} & 5 \\ \div 2\frac{2}{5} & 8 \\ \hline 1\frac{17}{20}. & \end{array}$$

neml. 5. und 20. sind 25. davon 8., bleiben 17.

B. Nemlich $\frac{5}{20}$ zu eine gantze oder $\frac{20}{20}$ sind 25. davon $\frac{8}{20}$.

A. Oder man kan auch, wie auch im Multipliciren und Dividiren zuweilen nöthig, den Nenner mit den gantzen Zahlen multipliciren und den Zehler dazu addiren, also nach der Ordnung weiter verfahren, so kommen in obigen exempel $\frac{85}{20}$ und $\frac{48}{20}$. Weiter ist bekandt, daß im multipliciren die Zehler mit Zehlers und Nenner mit Nenners, miteinander werden multipliciret und da jene Summe oben und diese wieder unten gestellet werde.

B. Es erfodert der Grund der multiplication in Brüchen ein grosses Nachdencken. Da dann zu bemercken, daß ein jeder Bruch nicht für sich selbst, sondern in Ansehung eines gewissen gantzen Dinges oder Zahl ein solcher Bruch sey. Und kan auch ein facit mehr, als einerley Bedeutung haben, z. E.

$\frac{3}{8}$ mahl $\frac{5}{6}$

$$15$$

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{6} \qquad \frac{15}{48} \mid \frac{5}{16}$$

$$48$$

A. Es ist sonderlich, daß das facit weniger heraus kommt, als einer von den Zahlen, so mit einander multipliciret worden.

B. Doch geschicht die multiplication einiger massen, und zwar durch die Vermehrung der beyden Zehler miteinander. Denn, gleichwie durch die multiplication der Nenners der Bruch kleiner wird, so wird hergegen durch multiplication der Zehlers, je grösser solche sind, auch selbiger Bruch umb so viel grösser. Ich nehme nun zum exempel 48 vor eine gantze Summe, so ist $\frac{1}{8}$ daraus 6. also $\frac{3}{8}$ 18., und $\frac{1}{6}$ 8. folglich $\frac{5}{6}$ 40. Nun $\frac{1}{8} \cdot \frac{1}{6}$ machet $\frac{1}{48}$ und $\frac{3}{8} \cdot \frac{5}{6}$ sind $\frac{15}{48}$ oder $\frac{5}{16}$. Wenn ich nun 18. mit 40. multiplicire sind 720. Aber $\frac{5}{16}$ aus 48. sind nur 15. daß also folget daß die $\frac{5}{16}$ eines Zl. oder Quadrats der 48. seyn, welches 2304. machet, daraus $\frac{5}{16}$ sind besagte 720. Denn nach der gemeinen Wissenschafft kein Theil grösser kan seyn, als sein gantzes. Woraus folget, daß in den Rechen-Büchern, wenn von dem mahl (welches sonst mit aus oder andern gebräuchten Wörtern einerley Bedeutung hat) die Frage, das Facit von den Zl. oder Quadr. würde müssen verstanden werden. Aber, wenn die

Frage auf von oder aus gestellet, wäre das facit solcher gestalt zu verstehen, nemlich $\frac{5}{6}$ von 48. sind 40. daraus $\frac{3}{8}$ sind 15. nemlich $\frac{15}{48}$ oder $\frac{5}{16}$. aus der gantzen Summe à 48. Also $\frac{3}{8}$ macht man eigendlich durch solche multiplication Brüche von Brüchen.

A. Das lässt sich wol verstehen. Aber! was solte wol davon die Meinung seyn? Wenn man 2 Zahlen nimmt, als e. g. 4. und 6. selbige addiret sind 10. dann gesetzet $\frac{10}{4}$ und $\frac{10}{6}$, daß alsdann die addition und multiplication übereintrifft?

B. Nicht nur aus der Operation ist zu ersehen, daß solches folgen müsse, nemlich

$$\begin{array}{c|c} \multicolumn{2}{c}{24} \\ \frac{10}{6} & 40 \\ \frac{10}{4} & 60 \\ \hline \multicolumn{2}{c}{100} \\ \hline \multicolumn{2}{c}{24} \end{array} \qquad \begin{array}{c} 100 \\ \hline \frac{10}{6} \text{ mahl } \frac{10}{4} \\ \hline 24 \end{array} \qquad \frac{100}{24} \Big| \frac{25}{6} \Big| 4\frac{1}{6}$$

da dann zu sehen, daß, weil die beyden Nenners zusammen gethan, solches die Summe jeglicher Zehler ausmachet, im addiren aus der addition der beyden unter gleicher Benennung gebrachten Zehlers der Zehler des Facit entspringe, welches dann das Quadrat der vorgedachten Zehlern, als welches auch der Zehler in der multiplication wird, nohtwendig seyn muß, indem die beyden unter einem general Nenner gebrachten Zehlere herkommen, von den aufgestellten beyden Nenners, welche dann zusammen addiret die Summe jeglichen Zehlers betrifft: Sondern auch es ist zu bemercken, daß, wenn die Frage von mahl, das Facit von dem theil des Quadrats zu verstehen, nemlich $\frac{100}{24}$ von dem Quadrat der 24. als 576 machen 2400., welche aber durch die radicem oder den general Nenner dividiret, kommt der gedachte Zehler à 100. und hergegen durch diesen besagte 2400 getheilet, ist der radix oder der general Nenner à 24. diese $\frac{100}{24}$ oder $4\frac{1}{2}$ als welche die Summe der addition ausmachen, kommen dann auch ja heraus, wenn man $\frac{10}{4}$ von gantzen nemlich $\frac{24}{24}$, machen $\frac{60}{24}$, nimmt $\frac{10}{6}$ oder $\frac{40}{24}$ mahl.

A. Hieraus kan man genug abnehmen, da der Zahlen 2. und 2. die multiplication und addition übereintrifft, solches auch in andern geschehen könne, vermittelst der Brüche. Ob nun gleich hievon weiter konte discuriret werden, wollen wir doch nur vor dißmahl uns noch zu der division wenden, worinn man die Zehlers und Nenners kreutzweiß multipliciret, und dann ferner behörig verfähret, als:

$$\overset{20}{\tfrac{5}{7}} \text{ durch } \overset{21}{\tfrac{3}{4}} \text{ facit } \tfrac{20}{21}$$

$$\text{oder } \overset{21}{\tfrac{3}{4}} \text{ durch } \overset{20}{\tfrac{5}{7}} \text{ facit } \tfrac{21}{20} \,|\, 1\tfrac{1}{20}.$$

B. Wenn beyde Theile von eben selbige Dinge oder Zahlen genommen sind, wie auch die anderen Species der Brüche besagter Gestalt erfodern, muß die division darinn gedachter massen, ein richtiges facit geben. In diesem exempel ist zufoderst zu sehen, daß durch besagtes multipliciren, wann die Nenners ungleich, beyde Brüche unter einem general Nenner gebracht werden, nemlich $\tfrac{21}{28}$ $\tfrac{20}{28}$, weiln, wenn ich den aus Multiplicirung beyder Nenner entspringenden general Nenner, durch den Nenner des einen Bruchs theile, sodann der Nenner deß andern Bruchs heraus kommt, welcher dann mit dem Zehler gedachten erstern Bruchs multipliciret wird, wie aus dem, was vorhin erwehnet, zu Tage lieget.

A. Da ich nun beyde Nenners gleich habe: So ist nur nöhtig daß ich die beyden Zehlers in einander dividire. Aber das Facit nemlich $1\tfrac{1}{20}$ ist grösser als einer der Brüchen.

B. Das wär wol wider die Natur. Sondern wenn ich ein Theil eines Dings oder Zahl durch desselben in gleicher Grösse bleibenden Theil dividire, ist das Facit nur so viel mahl, zu verstehen, nemlich wenn ich z. E. $\tfrac{3}{4}$ aus 56. sind 42. theile durch $\tfrac{5}{7}$ gedachter 56, als 40. so findet sich daß 40. in 42 begriffen sey $1\tfrac{1}{20}$ mahl; welches auch heraus kommt, wenn man $\tfrac{3}{4}$ des Quadrats der 56. à 3136, als 2352. theilet durch $\tfrac{5}{7}$ desselben, als 2240. weilen der

divisor

divisor und dividendus von gleichen grössern Zahlen genommen sind.

A. Aber! wenn man $1\frac{1}{20}$ mit $\frac{5}{7}$ wieder multipliciret, ist das Facit wiederum zur richtigen probe $\frac{3}{4}$.

B. Freylich! wenn man $\frac{5}{7}$ multipliciret $1\frac{1}{20}$ mahl: So müssen die $\frac{3}{4}$ wieder heraus kommen, nemlich 40 vervielfältiget $1\frac{1}{20}$ mahl, kommen 42. als $\frac{3}{4}$ von 56. Wann aber $\frac{3}{4}$ des Quadrats der 56. à 3136., so 2352 ausmachet, durch $\frac{5}{7}$ der Wurtzel à 56. als 40. dividiret wird, kommt $1\frac{1}{20}$ derselben, als $58\frac{16}{20}$.

A. Aus diesen allen hat man auch den Grund der resolution und reduction, wenn nemlich ich von Rthlr. welcher 72 Grote hat, und Laste, so 144 Scheffel hat, einen gewissen Theil haben will, umb zu wissen, wie viel solche respective Groten oder Scheffels habe, und hinwiederumb was diese vor einen Theil von dem Rthlr. oder Last seyn. Nun lasst uns noch ein wenig von der abbreviation erwegen, worin man einige special Reguln hat, welche aber mit Nachdencken leicht zu ergründen. Nur wollen wir diesmahl vor uns nehmen die Regul, daß, wann die 3 ersten Figuren oder Stetten einer Zahl in 8. theilbar, solche Zahl auch in 8. könne getheilet werden, als z. E.

376

wenn auch noch so viel grössere Stetten darzu kommen, so können solche Zahlen, doch mit 8. getheilet werden.

B. In solchen Reguln und sonsten ist bekandt, daß, wenn an der Unität Stelle eine gerade Zahl gesetzet wird, selbige mit 2. theilbar, wo aber nicht, sodann solcher gestalt nicht könne getheilet werden, wenn auch noch so viel grössere Figuren dazu kommen. Belangend nun die division durch 4. als welche Zahl von 3. an, als 3. 5. 6. 7. 2c. mit solchen und andern Zahlen multipliciret, wenigstens 2. Figuren oder Stellen herfür bringet: So weiß man, daß 10. als welcher den Anfang solcher Stellen machet, mit 4. nicht könne gerade auf getheilet werden; Dannenhero wo solches geschehen soll, nothwendig an selbigen Stetten andere Zahlen, welche dazu tüchtig, stehen müssen, als z. E. 12. 36. 96. Gleich wie nun diese 96. nicht allein, sondern auch andere Zahlen, welche, an der Unität Stelle 6. haben durch 4. theibar sind, als 16. 36. ꝛc. so geschicht es, daß wenn grössere Figuren zu die 96 gesetzet, und dann sämbtliche Stellen durch 4. getheilet werden, an der zehend Stelle so viel übrig bleiben oder doch in der Operation es so folget, daß 4 gerad aufgehen, und keine Zahl an der Zehend Stelle restiren könne, worinn, wann selbige zu die 6. gesetzet, solches nicht geschehen könne, denn es kan zum exempel keine 2. übrig bleiben, weil sonst in der multiplication unten an der Unität Stelle eine 7. so von 9. abzuziehen stehen müste, welches aber, indem jene eine ungerade Zahl, nicht angehen kan.

A. Das ist genung gesaget von der Theilung durch 4. Aber was die verlangte Theilung durch 8. betrifft, warum werden dar 3. Zahlen in der 3. geringsten Stellen erfodert, darin solche aufgehen müssen.

B. Es ist zwar, was durch 8. zu theilen, auch durch 4. theilbar, aber nicht e contrario, was durch 4 getheilet werden kan, solches gerad-auf in 8 zu theilen, als e. g. 36. Wird also noch eine Stelle, nemlich die 100-Stelle erfoderlich, und müssen daselbst solche Zahlen stehen, worin diese begehrte Theilung geschehen könne. Da übrigens es gleiche Bewandniß hat, als obgedacht worden. Wir wollen also, was die Species belanget, uns hiemit begnügen lassen.

A. Nur, weil wir dann zur Regul Detri oder proportionum kommen werden, wollen wir doch noch mit wenigen erwegen, daß, wenn 2. Brüche mit einer gleichen Zahl vermehret werden, nothwendig die herausgekommene Brüche gleiche proportion, als die erstern gegen einander, haben müssen, da dann auch die Vortheile, so man hat, in multipliciren zu erwegen sind, neml. daß im multipliciren als

$$\frac{\overset{1}{\cancel{7}}}{\underset{1}{\cancel{9}}} \times \frac{\overset{3}{\cancel{27}}}{\underset{7}{\cancel{49}}} \left(\frac{3}{7} \right.$$

man

man die Zehlers und Nenners kreutzweiß theilen und dadurch die weitläufftige Operation verhüten könne, wie auch im dividiren, die Zehlers in Zehlers und Nenners durch Nenners gegen einander verkleinern, nemlich:

$$\frac{\overset{5}{\overset{1}{\cancel{4}}}}{\underset{1}{\cancel{8}}} \times \frac{\overset{3}{\overset{3}{\cancel{12}}}}{\underset{5}{\cancel{28}}} \Big\} \frac{\overset{2}{\cancel{8}}}{\cancel{8}} \Big\} 1\tfrac{2}{3} \text{ mahl.}$$

B. Darauf dienet noch, daß weil in der multiplication die Zehlers mit den Zehlers und Nenners mit Nenners geschehen muß, man sich des Vortheils durch Theilung des einen Zehlers in des andern Nenner gebrauchen müsse, da dann nach geschehener Operation die Abbreviation richtig eintrifft, indem, in obgedachten exempel, der Zehler des facit durch 7. mahl 9. sind 63. und gleichfals der Nenner, abbreviret, an Tag kommt. Und im dividiren, weil bey der Operation die Nenners und Zehlers kreutzweiß multipliciret werden, erscheinet in obigen exempel die abbreviation durch 4. mahl 5. sind 20.

A. Noch fällt mir ein, daß, umb zu erfahren, welcher Bruch der grössete, man z. E.

$$\begin{array}{ccc} \frac{5}{7} & \times & \frac{3}{4} \\ \hline 20 & & 21 \\ \hline 28 & & 28 \end{array}$$

die Zehler und Nenners ins Creutz multipliciret, und jedes product unten oder bey jedem Zehler setzet; und daruntem den general Nenner, welcher Bruch nun den grössesten Zehler hat, ist auch der grösseste, nemlich $\frac{3}{4}$ sind mehr, als $\frac{5}{7}$.

B. Ist eine Selbst-Folge, weil $\frac{21}{28}$, so viel ist, als $\frac{3}{4}$., unstreitig grös-

 ser

ser als $\frac{20}{28}$, welches so viel als $\frac{5}{7}$. Und sey also vor dißmahl genug: Denn wer kan alles auf einmahl vorbringen.

A. Es wolle der Herr nicht übel deuten, daß ihm vorhin so viele Mühe gemachet.

B. Weil Monsieur sich selbst so viel Mühe in Aufsuchung der Grund-Fragen gegeben: So nehme dessen Entschuldigung als eine überflüssige Höfflichkeit an. Und soll uns demnach nun würcklich

Die Regula De-tri.

zum Zweck dienen.

A. Solche wird also de tribus numeris oder proportionum, die güldene Regul, genannt. Und wird darin das Ding, wornach die Vergleichung reguliret werden soll, forne, der Werth, oder was solches Ding vermöge, in der Mitten, und dasjenige, wovon die Frage, hinten aufgestellet, und weiter in der Operation die hinterste und mittelste Zahl multipliciret, und das product durch die forneste dividiret, kommt das facit, welches sich hält gegen der 2 Zahl, wie die dritte gegen der förderste auch wenn man die erste Zahl mit dem facit als der 4ten multipliciret, und die 2te mit der dritten, kommt einerley Summe,

als:

6 Ellen kosten = 8. Rthlr. = was dann 24. Ellen

$$\begin{array}{r} 24 \\ 8 \\ \hline 192 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \cancel{1} \\ \cancel{1}\cancel{9}\cancel{2} \,(\, 32 \text{ Rthlr.} \\ \cancel{6}\cancel{6} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 32 \\ 6 \\ \hline 192 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24 \\ 8 \\ \hline 192 \end{array} \;(\; \tfrac{6}{24} \;(\; \tfrac{1}{4} \qquad \tfrac{8}{32} \;(\; \tfrac{1}{4}$$

B.

B. Man hat bey dieser Regul zu betrachten, daß, wenn man Sachen von unterschiedenen Summen oder Zahlen, gegen deren Werth oder sonst einer andern Zahl, in gleicher proportion bringen will, solche einerley Sachen von gleichen Wehrt oder bonitæt seyn, oder wenigstens donec probetur contrarium, bewandten Umbständen nach dafür gehalten werden müssen, als: In diesem exempel ist die Frage, wenn ich 6 Ellen Lacken kauffen kan vor 8 Rthlr., was dann 24 Ellen selbiger Gattung Lacken gelten werden? Ich besehe dann erstlich, was 1 Elle koste, und lege gleichsahm in Gedancken auf jede Elle dessen Wehrt. Da nun gesaget wird von 6 Ellen, daß solche 8 Rthlr. kosten, so befindet sich nothwendig, daß, wenn ich die 8, als welche die Thaler ausmachen, so diese 6 Ellen kosten, durch diese 6 theile, sodann 1 Elle $1\frac{1}{3}$ Rthlr. kosten. Sodann auf jeden der 24 Ellen, wovon die Frage ist, auch $1\frac{1}{3}$ Rthlr. geleget, kommen 32 Rthlr. als so viel 24 mahl $1\frac{1}{3}$ ausmachen.

A. Man konte die Frage auch verkehren, und sagen: Wenn vor 8 Rthlr. man kauffen kan 6. Ellen, so kan man vor 1 Rthlr. $\frac{3}{4}$ Ellen kauffen, wie viele Rthlr. werden dann 24. Ellen gelten? Facit 32 Rthlr.

B. Ich muß aber dann in Gedancken auf jeder $\frac{3}{4}$ Elle 1 Rthlr. zehlen. Denn wenn ich auf jeden Rthlr $\frac{3}{4}$ Ellen legte, wäre solches zwar nicht unrecht, es muste aber auch die Frage der dritten Zahl vom Rthlr. seyn, sonst es auf ein Rätzel, so doch, wenn es nur recht betrachtet, leicht zu solviren stünde, hinauslauffen würde. Nun wenn $\frac{3}{4}$ Ellen 1 Rthlr. kosten, so müssen 24 Ellen, als 32 mahl $\frac{3}{4}$ Ellen, auch so viel, nemlich 32. Rthlr. kosten.

A. Warum aber werden in der Operation die mittelste, und 3te Zahl miteinander multipliciret, und das Product durch die forderste Zahl getheilet?

B. Zweifels ohne weil das facit auf eins heraus kommt, massen es in der Operation leichter ist, wenn man erstlich die multiplication und hernach die Division verrichtet. Wie dann, weil die erste Zahl sich hält gegen der 3ten, also auch die 2te ist gegen der 4ten als dem facit, folglich es auf eins hinaus kommt, wenn ich die 3te so vielmahl nehme als die 2te sich beträgt, und die 4te mit der ersten multiplicire, die durch die erste Zahl geschehene Theilung des durch das Vermehren der 2ten und 3ten Zahl gekommenen products das Facit heraus bringet.

A. Man kan auch die 3te Zahl zufoderst durch die erste theilen, und solchen quotienten mit der mittlern Zahl multipliciren.

B. Alldieweil, so offt die 1te Zahl von der 3ten (als welche beyde von einerley Sachen zu verstehen) begriffen, so offtmahl auch die 2te Zahl in der 4ten, als von einerley Wehrt, zu verstehen, enthalten seyn muß, so folget das Facit von selbsten; Massen in obigen exempel, weil 24 Ellen (als wovon die Frage was solche gelten) 4. mahl so viel sind als 6 Ellen auch sothane 24 Ellen 4. mahl so viel gelten müssen.

A. Wie übrigens mit denen andern Gattungen der exempeln, als: wenn forn, mitten oder hinten entweder respective Pfunde und Lothe, Rthlr. und Gr. rc. zusammen, und andere dergleichen Theile gesetzet werden, zu verfahren, nemlich daß solche mit der gantzen in einerley Benennung müssen gebracht werden, ist aus den Rechen-Büchern genug zu ersehen, und wol sonderlich nicht zu erinnern; Nur wenn bey der Division etwas übrig bleibet, ist solches ein Bruch, so zu dem mit der mittlern Zahl in Gleichheit seyenden Facit gehöret, als z. E.

5 Ellen - - 3 Rthlr. - - 4 Ellen

3

12

$\cancel{12}$ ($2\frac{2}{5}$

$\cancel{5}$

B. Weiln das facit in Rthlrn bestehen soll, und dann die 12 eine Zahl ist, welche aus der miteinander geschehenen multiplication der 3. (als Rthlr bedeutend, mit 4., entspringet, und woraus, nach geschehener Division durch 5., eine Zahl kommt, so mit der mittlern Zahl in gleicher Benennung und mit der 5, multipliciret widerum die 12. heraus kommt, so folget daß, da, die 2. Rthlr. seyn, auch der Bruch als $\frac{2}{5}$., dabey gehöre.

A. In Brüchen muß, wenn forn einer sich findet, der Nenner hinten und wenn mitten und hinten einer verhanden, sothaner Nenner forn gesetzet, und wenn solche Nenners gestellet, der hinten sich findende gegen den nach forn gebrachten Nenner aufgehoben werden, nachdem vorher jeglicher Nenner mit seiner respective daneben stehenden Zahl multipliciret und darzu der Zehler addiret, oder selbiger wann der Bruch allein verhanden, nur unter den Nenner gesetzet worden. Und kan dann ferner der Ordnung nach verfahren werden, als z. E.

```
  3¼ Ellen  - -  27½ Gr.  - -  580 Ellen
                                 4
  15             55              2
                              ------
x   x                          1160
x x̶5̶5̶   6̶2̶5̶                     55
6̶3̶8̶0̶0̶ (4̶2̶5̶3̶ ⅓ Gr.(59 Rthl. 5⅓ gr. ------
x5̶5̶5̶5̶   7̶2̶2̶                    5800
 xxx     7̶                     5800
                             ------
                              63800
```

B. Der in der Mitten stehende Nenner 2, weil also die Operation beliebet, (denn sonst die mittelste und hinterste solchergestalt so fort vermehret werden

```
     580
     27½
   ------
    4060
   11600
      29
  --------
   15950 .)
```

müste dann, nach der erfoderlichen Operation in Brüchen, da der gemachte Zehler 55. mit 580. multipliciret worden, zu der division gebrauchet·

gebrauchet werden, dannenhero solcher hinforne gebracht: und der forne stehende Nenner 4. muß deswegen hinten gebracht werden und dadurch die multiplication geschehen, weiln solches die gewöhnliche Division in Brüchen, worin das multipliciren kreutzweiß geschicht, erfodert.

A. Es wird auch mit wenigen, die so genandte Italiänische Practica nachzudencken seyn, als welche zu der Operation nicht so viel Raums bedarff, hauptsächlich, in der Zerstreu- oder Zerfällung bestehend, als: in der multiplication

und zwar wenn der multiplicant in numeris compositis bestehet gemeiniglich solchergestalt

6325	mit	125
31625	- -	5
158125	- -	5
790625	- -	5

Sind es aber numeri primi also

6784	mit	3563
20352000	- -	3000
3392000	- -	500
407040	- -	60
20352	- -	3
24171392		

Oder:

6325	mit	125
18975		3
759000		40+5
31625		
790625		

B. Die erste Zerfällung der 125 durch die division belangend; so ist an dem, daß, weilen, die zerstreuete Zahlen, durch einander multipliciret, den multiplicanten ausmachen, auch, wenn damit die multiplication nach einander in andern Zahlen geschicht, das facit richtig

richtig eintreffen müsse. Die andere Zerstreuung ist leicht zu verstehen, und der Grund der gemeinen multiplication. Denn die (durch den multiplicanten nach Ordnung der Stellen, von den höchsten angefangen, und dabey gesetzte nullen) geschehene Vermehrungen der zu multiplicirenden Zahl, und darauf verrichtete addition, als worinn die gefüllte Unität Reyhe nur die commodität gibt, müssen ein richtig facit ausmachen. Wie dann auch in der anderweitigen Zerstreuung der 125., weil, 3. und 40 multipliciret 5. übrig bleiben, zufoderst die multiplication mit 3. und des products mit 40. folglich der zu anfangs multiplicirenden Zahl mit 5., und solches product zu dem nechst vor-hergehenden aus obigen Gründen addiret werden muß.

A. Man hat auch eine multiplication in folgender in Herr Beutels Rechen-Buch befindlichen Figur, so aber unter die practic nicht gerechnet wird;


```
          456
  mit     987
        -----
           42
          35
         28
          48
         40
        32
         54
        45
       36
       ------
       450072
```

allda die addition nach Anweisung der Striche geschehen muß. Nun kan zwar aus der nebenstehenden Operation verstanden werden, daß die Zahlen sämmtlich hingesetzet, und keine im Sinne behalten, und in jeden product respective nur die nullen ausgelassen. Wie aber in besagter Figur es gleiche raison haben und sich selbige darauf gründen muß: So sind doch die linien nicht auf gleiche Manier heraus gekommen, nemlich in der Figur findet man in der 2ten addition 548. Hergegen in dem Neben-gemachten 854. und in der Zehend-Linie noch eine grössere discrepantz.

B. Es ist doch genug zu ersehen, daß jede Zahle in solcher Figur an seine behörige Stette künstlich gesetzet worden, und solches durch die multiplication richtig geschehen, daher auch das facit eintreffen müsse.

A. Im Dividiren gebraucht man sich zur practic gleichfals in den numeris compositis der Zerfällung, als zum E.

434496.	in 64	434496.
8) ——— ———	———	4) ——— ———
54312	5 od.	108624
8) ——— ———		4) ——— ———
6789	8	27156
		4) ——— ———
		6789

B. Weiln 8. mahl 8. so viel ist, als 64., und, wenn eine Zahl mit 8. multipliciret, und selbiges product wieder damit vermehret, solches eben so viel ausmachet, als wenn 64 die multiplication verrichtet: So folget, daß, wenn rückwerts die division mit 8. geschicht, und solcher quotient ferner dadurch getheilet wird, daß das verlangte facit richtig heraus kommen müsse.

A. Was solte wol die Ursache seyn, daß alhie durch die Helffte von 8., als 4. die 3 mahlige Zerfällung geschehen könne.

B. Weil 16. als das Quadrat von 4., so die Helffte von 8. nohtwendig 4 mahl so klein ist, als 64. so folget, daß die letztern 4. das facit durchs dividiren, wann solches mit denen vorgehenden geschehen, hervorbringen müsse.

A. Wenn man aber hinten eine null hat, und man will solche Zahl durch 5. dividiren: so streicht man die null durch und multipliciret das übrige mit 2. kommt das facit; als;

2~~1~~~~0~~ (42
~~5~~~~5~~

21~~0~~
2
———
42

B. Es folget, daß, da die division durch 10., so hier durch Ausstreichung der null geschehen, nur die Helffte desjenigen bringet, so die division durch 5. giebt, die durch 2. geschehene multiplication das facit richtig ausmache.

A. In der Regula Detri, so auch allenthalben in der Vergleichung der fodersten Zahlen gegen der mittelsten und hintersten, und dieser gegen der forderstenoder in der Zerfällung und Zerstreuung bestehet, konte man folgendes Exempel besehen.

25. ℔. - 5 Rthlr. 17 gr. 8 ₰. - - 428 ℔.
———
11 Rthlr. 11 gr. 4 ₰. 1743 (5 Gehülff Zahl
———
81 Rthr. 18 gr. 8. 2 1
5 17. 8. 8+12
~~1~~ - ~~3~~ - ~~6~~ ~~2~~.
—
~~8~~
- 5 - $6\frac{2}{25}$
11 - - $\frac{4}{25}$
———
fac. 88 Rthlr. 4. gr. $10\frac{6}{25}$ ₰.

den. Rthlr. zu 24 Groschen und den Groschen zu 12 ₰. gerechnet.

B. In diesem exempel sind die fordersten Zahlen mit der hintersten verglichen, worinn selbige 17. mahl begriffen, aber 3. übrig bleiben. Die 17. sind zerfället in 2. und 8. + 1. und sind die mittelsten Zahlen, mit 2. und 8. multipliciret, und selbige wegen des überbleibenden 1. auch zur addition gesetzet. Weil aber obgedachte übergebliebene 3. als welche mit der fordersten Zahl, als Divisore den Bruch $\frac{3}{25}$ machen, in 25 nicht aufgehen, so sind 5 zu einen numerum auxiliarem genommen, als welche $\frac{1}{5}$ sind, in der mittelsten Zahlen dividiret, da dann 1. ist $\frac{1}{5}$ von 5 aus der getheilten Summe und solch facit mit 2. wieder multipliciret, worauf nach verrichteter addition, wann zuvor die Gehülff-Zahlen durchgestrichen, das Facit richtig eintreffen muß.

A. Folgends Exempel konte auch noch mit wenigen zur Erläuterung dienen.

$4\frac{1}{5}$ Ele - -	120 Rthlr.	18 Gr. - -	$45\frac{3}{5}$ Ele.
21	5 =	18	228
			5
		$12\frac{1}{2}$	1140
		$6\frac{1}{2}$	114
			57
			1311 Rthlr.

B. Allhie sind forne und hinten die Brüche mit den gantzen verglichen, und in einer Benennung gebracht, darauf konten dann die mittelsten Zahlen durch die fordersten als 21 getheilet werden, die heraus gekommene 5 Rthlr. mit den hintersten 228. Rthlr. multipliciret, die 18. Gr. in 12. und 6. zerstreuet, wovon die 12. die $\frac{1}{2}$. von einem Rthlr. als 24. Gr. folglich die 228 durch 2. getheilet, und das kommende wieder durch 2. weil 6. die $\frac{1}{2}$. von 12. Wird das facit facta additione unstreitiglich richtig seyn.

A. Man kan aus allen so viel abnehmen, daß in diesem und andern Rechnen Arten man nur dahin zu sehen hat, damit die Operation so wol der Vernunfft als der Kunst gemäß geschehe. Nun würden allerhand Rechnens Aufgaben zu betrachten seyn, wie solche behörig aufzulösen, und die Species und Regula Detri in gemeinen Leben zu Nutze zu machen.

B. Wenn einer Zeit und Weile darzu hat, kan sich in den Rechnen-Büchern genug da in üben, und bin versichert, der Herr werde selbige ziemlicher massen durchgegangen seyn, und verstehen, wie man die

Fragen behörig aus denen Exempeln zur Regal bringen, und die Rechnung solcher gestalt einrichten könne, daß alles zu den Haupt-Fragen und richtigen facit dirigiret werde: Dannenhero nicht wird nöhtig seyn, Weitläufftigkeit davon zu machen.

A. Doch wenn es Monsieur nicht zu wiedern, mögte man sich noch in ein oder andern exempeln belustigen, und zwar, was die Handels-Rechnung anbetrifft, findet man in Arnold Mollers güldenen Lehr-Schatz, unter denen Handlungs-Rechnungen in specie von mehrerley Korn und Hopfen, p. m. 112. das 20. Exempel.

„Drey Beckers kauffen Medio Julii 1662. Jahres vor 2730. Ꝝ.
„Dantziger Rocken, die Last vor 390. Ꝝ. solchen theilen sie nach
„Antheil eines jeden Geldes; Wenn man des ersten in 9. des an-
„dern in 7. des 3ten in 5. theilet, erscheinet allemahl ein Quoti-
„ent, ist die Frage, wie viel Rocken ein jeder bekommen werde:
„Antw. A. 3. L. B. 2. L. 2. Drömt. 8. Schfl. C. 1. Last 5. Drömt.
„4. Schfl. Die L. zu 8. Drömt oder 96. Schfl. zu rechnen.

Und stehet hinten in solchen Buche pag. 233. auch die Auflösung solchergestalt

390. Ꝝ. - 1 L. - 2730. Ꝝ. A. 7. L.

Nun addiret man 9. 7. und 5. kommen 21. die setzet man forne in der Regul, und procedirt damit nach Art der Gesellschafft Rechnung, neml.

21 - - 7. L. - 9.? A. 3. L.

21 - - 7. L. - 7.? A. 2. L. 2. Dr. 8. Schfl.

21 - - 7. L. - 5.? A. 1. L. 3. Dr. 4. Schfl.

B. Daß dieses facit gar recht sey, erweiset sich an der probe, wenn man nemlich eines jeden Antheil gedachter massen theilet, kommt allemahl 32. Und ist eine Selb-Findung, daß, nachdem erstlich durch die Regul Detri ausgerechnet, daß überall 7 L. zu theilen gewesen, solche durch 21. (als aus den 3en bemerckten Zahlen zusammen gesetzet) getheilet, und der Quotient mit jeder von gedachten

Zahlen multipliciret, auch wann jedes facit nachdem alles zu Scheffeln gemachet durch ein jeder besagter Zahlen wieder getheilet, auch allemahl wieder ein quotient, welcher nemlich die 7. L. ausmachet, erscheinen müsse, daher es dann auch ferner zur Regul detri gesetzet worden.

A. Man hat auch in der so genannten Bremer Müntze und zwar in der Regula detri in gantzen Zahlen, das letzte Exempel.

Einer kaufft 16. ℔. Pflaumen, und 24. ℔. Rosienen für 2. Rthlr. 12. Grot; Ein ander in selbigen kaufft 20. ℔. Pflaumen, und 12 ℔. Rosinen für 1. 42. Gr. Frage, wie theuer 1. ℔. von jeglicher Gattung gestanden? Antw. 1. ℔. Pfl. 3. Grot und 1. ℔. Ros. $4\frac{1}{2}$ Gr.

Umb nun zu erfahren, wie die Pflaumen gegen die Rosinen zu rechnen, ist von

156.Gr. - 16.℔.Pfl.24.℔.R. - 114.Gr. f.20.℔.Pfl.u.12.℔.R.

der erste Satz à 156. Gr. mit dem 4 als 20. ℔. Pfl. und 12. ℔. R., und jede besonders multipliciret, und solcher gestalt mit dem 2ten und 3ten Satz verfahren, vermöge der 16. proposition des 6. Buchs Euclidis, da dann, wann die proposition bekannt, die Operation ferner leicht zu geschehen.

B. Es lehret solche proposition, von der Geometrie, daß wann 4. Linien, (welches dann auch von Zahlen und andern Dingen kan verstanden werden) proportioniret seyn, sodann das Parallelo gram von der ersten und 4ten linien gemacht, demjenigen, so weit der 2te und 3te gemacht, gleich sey: Wie dann auch solches die Regula Detri in der Arithmetic ausweiset, daß, wann der forderste Satz mit dem Facit als der 4te multipliciret, eben so viel komme, als wenn der 2te mit dem 3ten Satz vermehret wird. Und hat der seel. Peter Koster obgedachte Auflösung in seiner besagten Bremer Müntze solchergestalt vor der Jugend zu verfertigen recommendiret, welche in den Brüchen noch nicht geübet. Sonst konte sothane Regul auch folgender gestalt gesetzet werden.

156. Kr. - 16. ℔. Pfl. und 24. ℔. Rosinen - 114. Kr. facit $11\frac{9}{13}$ ℔. Pfl. $17\frac{7}{13}$. ℔. Ros.

Nun sind 20. ℔ Pfl. und 12. ℔. Ros. gleich diesen facit.

$$\frac{\begin{array}{cc} 11\frac{9}{13} & ÷\,17\frac{7}{13} \end{array}}{\begin{array}{cc} 8\frac{4}{13}\text{ ℔. Pfl.} & 5\frac{7}{13}\text{. ℔. R.} \end{array}}$$

108 ℔. Pfl. gleich 72 ℔. R.

36) $\frac{108}{3} = \frac{72}{2}$

A. Wenn aber diese $8\frac{4}{13}$. ℔. Pfl. und $5\frac{7}{13}$ ℔. Ros. schon an statt der 20. ℔. Pfl. und 12. ℔. Rosienen, in dem Exempel gesetzet wären?

B. So kan man obbesagter massen, oder auch sonsten auf eine andere Manier verfahren, als:

16 ℔. Pfl.	-	1. Summe	-	20. ℔. Pfl.	f. $1\frac{1}{4}$ S.
24. ℔. Ros.	-	156. Kr. ÷ 1 S.	-	12. ℔. R.	f. 78 Kr. ÷ $\frac{1}{2}$. S.

Solche addiret, da dann zu wissen, daß die unterste von der obersten S. subtrahiret werden müsse, weil es so dann + giebt, massen, wann die $1\frac{1}{4}$ S. zu die 78. Kr. addirt, doch die $\frac{1}{2}$ Summe muß abgenommen werden? sind 78. Kr. ÷ $\frac{3}{4}$ S.
welche dann gleich 114. Kr. davon 78. Kr. sind 36. Kr. gleich $\frac{3}{4}$ S. machet 1. S. 48. Kr., selbige von 156. Kr. kommen 108. Kr.

Nun 16. ℔. Pfl. - 48. Kr. - 1. ℔. fac. 3. Kr.
24. ℔. R. - 108. Kr. - 1. ℔. fac. $4\frac{1}{2}$. Kr.

Und kan also das Exempel auf vielerley Manieren gerechnet werden.

A. Was ist aber die Ursache, daß in der Vergleichung eines von andern muß subtrahiret werden?

B. Ich habe z. E. 8 + 2. gleich 6 + 4. sind beede 10. so viel nun 8. mehr als 6. nemlich 2. so viel muß auch die 4. mehr seyn als obgedachte 2.

A. Man konte auch noch viel dergleichen erwehnen, allein wir wollen nur in etwas die Thara Rechnung zu erwegen uns belieben lassen, da dann bekannt daß das Thara auf zweyerley Manier wann solche aufs 100 oder Centner bedungen gerechnet wird, als das Thara auf

1 C. 10. lb. - 20 Rthlr. 15. Groschen - 24. C. 28. lb.
Thara facit 458 Rthlr. 13. ggr. 6. Pf.

Oder:

120. lb. - 110. lb. - 24 C 28. lb.
fac. 1445 $\frac{2}{3}$

110. - 20 Rthlr. 15 ggr. - 2445 $\frac{2}{3}$.
fac. 458 Rthlr. 13. ggr. 6. Pf.

Das Thara von oder in

110
÷ 10 Thara

1. C. oder 110. lb. - 100 lb. nettto - 24. C. 28. lb.
2425 $\frac{5}{11}$ lb.

1 C. oder 110. lb. - 20. Rthlr. 15. - 2425 $\frac{5}{11}$ lb.
fac. 454. Rthlr. 18. ggr. 6 $\frac{6}{11}$ Pf.

da dann das Thara auf billiger gehalten aber das Thara von oder in, in den vornehmsten Handels-Stätten solle beliebet seyn.

B. Es kommt dann wol darauf an, wie es zwischen den Contrahenten beliebet worden, oder in loco contractus gebräuchlich ist. Denn in dem Thara auf hat man wenn ein Küefen oder sonsten 110. lb. wieget, und man Thara 10 pro Cent bedinget sodann 100 lb. netto Und in den Thara von oder in solchenfalß von jeden 100. 90. lb. netto.

A In der Fusti-oder sonsten Garbulirer oder Bracken genannte Rechnung, werden die gute Waaren à part und also auch das Fusti, welches so viel besser kauff, gerechnet; Woraus dann zu sehen, daß in der Regul Detri obangeführter massen, das Ding, wovon die Frage

Frage ist, mit demjenigen, so im ersten Satz gestellet, von gleicher Art und bonität seyn müsse. Und von der Wechsel-Rechnung wie nemlich solche vermöge der Regul Detri zu verrichten sind unter andern in der obbemeldten Bremer Müntze Exempeln genug geschrieben. Wollen wir also nur weiter

Die verkehrte Regul Detri.

vor uns nehmen; Alda die Frag-Zahl forn, und die Zahl, so sonst im ersten Satz gehöret, hinten gesetzet, und dann ferner nach Art der gemeinen Regul Detri verfahren werden muß, als z.E.

Ein schön Türckisch Teppich, so 360. Ellen lang und 2 Ellen breit, soll mit Leinwand das $2\frac{1}{4}$ Ellen breit ist, gefuttert werden. Frage: wie viel desselben seyn müsse? facit 320. Ellen.

$2\frac{1}{4}$ Ellen breit - 360. Ellen lang - 2. Ellen br.
fac. 320. Ellen.

Und fallen viele casus vor welche nach dieser verkehrten Regul Detri gerechnet werden müssen.

B. Wenn mans nur observiret, so kan leicht nachgedacht werden, ob e. g. von dem Leinwand so $2\frac{1}{4}$ Ellen breit mehr Ellen als des Teppichs à 2 Ellen breit, erfodert werden: Da dann die Vernunfft das Gegentheil saget; Denn sonst es auf absurditäten hinaus lauffen würde; Daher dann die Regula Detri conversa oder verkehrt hier Platz findet. Denn man legt nicht auch in Gedancken, (gleich wie in der rechten Regul Detri geschehen würde) auf jede Elle breit so viel Ellen lang, sondern man behält beyderseits die Länge als 360. Ellen und fragt nur, mit wie viel darunter, wann der Teppich 2 Ellen breit könne gefuttert werden, von Leinwand so $2\frac{1}{4}$ Ellen breit, da dann die Längde und Breite des Teppichs multipliciret, so viel machen muß, als die Länge und Breite des Leinwänds mit einander vermehret. Dahero folget, daß das aus gedachter erstern multiplication der Ellen des Teppichs heraus gekommene Product mit den $2\frac{1}{4}$ Ellen als der Breite des Leinwands dividiret werden müsse, kommt die erfoderliche Länge desselben.

A. Auch folgendes Exempel wird nicht undienlich seyn;

Ein Bürger verdinget einem Zimmermann ein Gebäude zu machen, dem verspricht der Meister mit 5. Gesellen in 12. Wochen zu verfertigen, und will der Bürger solch Gebäude in 8. Wochen fertig haben: Frage, wie viele Persohnen alsdann daran arbeiten müssen. Facit mit dem Meister 9 Persohnen ?

12 Wochen - 6 Arbeiters - 8 Wochen.
6

72 (9 Arbeiters
8

Oder:

8. Wochen - 6 Arbeiters - 12 Wochen.
6

8) 72 (9 Arbeit.

B. Allhier saget mir gleichfalls die Vernunfft, daß, wenn das Gebäude in 8. Wochen soll fertig werden, sodann mehr Arbeiters, als in 12. Wochen werden erfodert. Es wäre aber darauf zu sehen, daß die hinzu gekommene 3. Arbeiters auch eben so gut und willig, als die 6. ersten ihr Werck verrichteten: Sonst man doch zu kurtz und mit der Rechnung nicht auskommen würde. Ich lege hier auch nicht im Gedancken, (wie in der rechten Regul Detri) auf jede Woche so viel Arbeiters. Sondern weil alle Arbeiters nur die gantze erfoderliche Zeit hindurch arbeiten müssen; Und dann posito daß es in einer Woche solte fertig seyn, sodann 12 mahl 6 Arbeiters sind 72 Arbeiters erfodert werden: So folget nohtwendig, daß, wenn es in 8. Wochen soll fertig seyn, die 72. durch 8. müssen getheilet, folglich nach der verkehrten Regul Detri procediret werden.

A. Man hat auch die Regulam Quinque oder von fünff Sätzen, und zwarn zweyerley die rechte und verkehrte. Von der Rechten kan man das Exempel nehmen.

Von

Von 100 Rthlr. Capital bekommt einer 6. Rthlr. des Jahres Zinse, wie viel Zinse tragen 800. Rthlr. in $4\frac{1}{2}$ Jahren,

100 Rthlr. 6. Rthlr. (800. Rthlr.
1 Jahr (4 $\frac{1}{2}$ Jahr.

~~100~~ - 6 - 36~~00~~
6

facit 216 Rthlr.

da dann die unterste und oberste Zahlen, forne und hinten mit einander multiplieiret werden, und ferner der Regul Detri gemäß, verfahren oder man kan es auch in 2 Regul setzen, als:

1~~00~~ Rthlr. Cap. - 6 Rthlr. Zinse - 8~~00~~ Rthlr. Cap.
6

48 Rthlr.

1. Jahr - 48. Rthlr. Zinse - $4\frac{1}{2}$ Jahr.
fac. 216. Rthlr.

B. Wegen dieser letztern Operation hat es keine Schwürigkeit. Und ist die obige Operation eigendlich eine Zusammenziehung der beyden Reguln: welches so viel gesaget, als 100. sind in 800. Rthlr. 8. mahl und 1 Jahr in $4\frac{1}{2}$ Jahr $4\frac{1}{2}$ mahl begriffen, daher, weil 8. mahl 6. sind 48. mit $4\frac{1}{2}$ mahl multipliciret, eben so viel als 8. mahl $4\frac{1}{2}$ mit 6. multipliciret, die Operationes der ersten und andern Manieren ein Facit bringen.

A. Die Regula quinque conversa kan auf 3erley Manieren gemachet werden, als z. E.

100. Rthlr. gewinnen in einem Jahr oder 52. Wochen 6. Rthlr., wie viel muste einer Haupt-Guts anlegen, daß er alle Wochen 3. Rthlr. Zinß einzukommen hätte? f. 2600. Rthlr.

52 Wochen } 100 Rthlr. Capit. { 1 Woche
thun 6 Rthlr. } { 3 Rthlr.

wird ins kreutz multipliciret.

6 = = 100 = = 156. facit.

oder durch 2. Reguln eine rechte und eine verkehrte

52. W. = 100. Rthlr. = 1 W. f. 5200. Rthlr.
100

5200

6. Rthlr. = 5200. Rthlr. = 3 Rthlr. facit 2600. Rthlr. Cap.
Zinse Capital Zinse.

Oder durch 2 rechte Sätze.

52 Wochen = 6 Rthlr. Zinse 1 Woche = f. 3.

26. Rthlr.

3 Rthlr. Zinse = 100. Rthlr. Cap. = 3. Rthlr. f. 2600. Rthlr. Cap.
26.

B. Es muß wol betrachtet und aus der Frage observiret werden, ob es unter der rechten oder verkehrten Regul Detri gehöre. Daß nun gedachtes Exempel in letztern bestehe ist aus der ersten Regul der 2ten Manier abzunehmen: Denn wenn in 52. Wochen 100. Rthlr. Capital thun 6. Rthlr. Zinse, so muß das Capital, welches so viel Zinse in einer Woche thun soll, nothwendig grösser seyn, also nach der verkehrten Regul Detri operiret werden; Da dann die Ubereinstimmung des facit mit dem facit der erstern Manier aus dem, was vorhin wegen der rechten verkehrten Regul Detri gesaget, abzunehmen. Was die 3te Manier anlanget, ist genug zu sehen, das beede Regul recht seyn, und soviel bedeuten sollen, weil in 52. Wochen 100. Rthlr. Capital thun 6. Rthlr. Zinse, so thut solches in 1. Woche $\frac{3}{26}$ Rthlr. Zinse, und da so viel von 100. Einkommen, so kommen

3. Rthlr. Zinsen von 2600. Rthlr. Capital, als den facit. Es könte von diesen Reguln de tri viel mehrers werden erläutert: Aber weil aus dem, was itzo mit wenigen vorgebracht, alles weiter kan nachgedacht werden: So läßt man es dabey, umb diesen Discurs nicht zu weitläufftig zu machen, bewenden.

2te Entrevüe

A. Betreffend dann die Zinse- oder Interesse Rechnung, worinn mannigerley Fragen vorkommen, so durch fleißigen Nachdencken aufzulösen, und zwar mittelst der Regul Detri: So wollen wir mit wenigen die scharffe Berechnung der Zinse auf Zinsen, welche in den Rechten nur in etlichen Fällen, als in Pupillen Geldern ꝛc. passiret, vornehmen z.E. 300. sind 4. Jahr gestanden gegen 5. procent Zinse auf Zinse: Qu. Wieviel solche Rente betragen.

100 Rthlr. Cap. - 5. Rthlr. Zinse - 300. fac. 15. Rthlr. Zinse.
15

100 Rthlr. - 5. Rthlr. - 315. Rthlr. f. $15\frac{3}{4}$ Rthlr.
100 - 5. - $330\frac{3}{4}$. Rthlr. f. $16\frac{43}{80}$.
100. - 5. - $347\frac{23}{80}$. Rthlr. f. $17\frac{583}{1600}$

addiret $64\frac{1034}{1600}$ Rthl

Oder:

100. Rthlr. Cap. L. thun 105. Rthlr.
5) 20 21

jede besonders 4. mahl in einander multipliciret kommen

160000 Rthlr. - 194481 Rthlr. - 300 Rthlr. fac. $364\frac{1034}{1600}$
das Capital abgezogen rest. das facit.

B. Es ist denen dieser Rechnungs-erfahrnen bekannt, daß die Interesse auf Interesse auch solchergestalt gerechnet werde, daß zugleich das Capital zum facit komme, nemlich:

100

100 Rthlr. =	105. Rthlr. =	300. Rthlr.
Cap.	Cap. und Zinse.	Cap.

und so ferner auf die 3. übrige Jahre.

Nun haben die 100. Rthlr. 4. mahl multipliciret, gegen die 105. Rthlr. auch so viel mahl mit einander vermehret, oder abbreviiret 20. und 21., eine solche proportion gegen einander, als das Capital gegen die Summe des Capitals mit Zinsen auf Zinse.

A. Im Rabattiren rechnet man hergegen gleichfalß Interesse von Interesse.

B. Wobey man nur erinnert, daß das Rabatt, falß nicht ein anders beschieden, nicht von der Summe, so zu bezahlen ist, sondern von der, so man bezahlet, zu rechnen ist, als: man rechnet nicht 100 Rthlr. thun 6. Rthlr. Rabatt, sondern 106. Rthlr. thun 6. Rthlr. rabatt, als welches unter der Summe, wovon die Frage stecket.

A. Die so genannte Zeit-Rechnung hat auch eine besondere Manier, als z. E.

600. Rthlr. in 3. Terminen, als 300. Rthlr. über 2. 200. Rthlr. über 3. und den Rest über 6. Monaht zu bezahlen; Frage? Zu welcher Zeit es auf einmahl geschehen müsse.

				multipliciret
300.	über	2.	Monath	600
200.	=	3.	=	600
100.	=	6.	=	600
600.				1800 (f. 3. M.
			durch =	600
				getheilet

B. Es fundiret sich solches auf die verkehrte Regul Detri. Denn wenn ich frage. Wann 300. Rthlr. über 2. Monath sollen bezahlet werden, da dann der Debitor mitler Zeit so und so viel damit gewinnen kan, hergegen dem Creditori daß er das Geld so lange entbehren

behren muß, desfalls ein lucrum cessiret: Qu. In welcher Zeit die völligen 600. Rthlr. dem Debitori, oder der das Geld auszahlen soll, noch so viel Nutzen, als die 300. Rthlr. in 2. Monaht, schaffen könne; Welches dann nothwendig binnen kurtzer Frist geschehen kan oder muß, und solche Vergleichung der völligen 600 Rthlr. gegen jeden Post und den Monaht, nach welchen solcher bezahlet werden muß, bringet dann, wann die sämmtlichen 2 facit addiret werden, das Haupt oder general Facit.

$\cancel{3}\cancel{0}\cancel{0}$. Rthlr. = $\cancel{2}$ M. = $\cancel{6}\cancel{0}\cancel{0}$ Rthlr. f. 1. M.
1 $\cancel{2}$

200. Rthlr. = 3. M. = 600. Rthlr. f. 1. M.
3

$\cancel{6}\cancel{0}\cancel{0}$ (1. M.
$\cancel{6}\cancel{0}\cancel{0}$

100. Rthl. = 6. M. = 600 Rthlr. f. 1. M.

Summa 3. M.

gleich auch folgendes ausweiset

800 Rthlr. über	3. Monaht	=	2400		
400	=	6.	=	2400	
300	=	9	=	2700	
15$\cancel{0}\cancel{0}$				75$\cancel{0}\cancel{0}$	

15) f. 5 Monaht

800. Rthlr. = 3. M. = 15$\cancel{0}\cancel{0}$. Rthlr. f. $1\frac{3}{5}$ M.
3

$\cancel{1}\cancel{9}$
$\cancel{2}\cancel{4}\cancel{0}\cancel{0}$ ($1\frac{3}{5}$
$\cancel{1}\cancel{5}$

400. Rthlr. = 6. M. = 1500. Rthlr. f. $1\frac{3}{5}$. M.
300. Rthlr. = 9. M. = 1500. = f. $1\frac{4}{5}$. M.

F. 5. M.

A. Auch bringet man Capitalien nebst deren Zinsen in einen Termin, als

3000 = 600. Rthlr. gegen 5. pro Cent über 4. Monaht = 12000
4200 = 700. = 6 = = 6 = 25200

7200 — 37200

1
2
37200 ($5\frac{1}{6}$ M.
7200

B. Das mag so viel heissen

100 Rthlr = 5 pro Cent = 600 f. 30 = 4. M. = 120
100 = 6 = 700 f. 42 = 6. = 252

72 — 372

372 (f. $5\frac{1}{6}$ M.
72

wäre die Erklärung, wann ein Capital, so 30. Rthlr. Zinß thut in einen Jahr, wäre in 4. M. fällig, wann dann ein Capital, so 72 Rthlr. Zinse thut, fällig, und so weiter nach der verkehrten Regul Detri

30. Rthlr. = 4. M. = 72 Rthlr. f. $1\frac{2}{3}$.
4

120 48
120 ($1\frac{2}{3}$
72

42 Rthlr. = 6. M. = 72. Rthlr. f. $3\frac{1}{2}$

F. $5\frac{1}{6}$ M.

Diese Exempeln, so aus der Bremer Müntze genommen, konten nebst vielen andern von dieser Materie weiter erläutert werden, wenn uns nicht die Zeit zu kurtz fiele, dannenhero wollen wir nur weiter schreiten.

A.

A. In der Gewinn- und Verlust-Rechnung muß man dan genau Achtung geben, daß der Gewinn- oder Verlust von einem angelegten Capital, da auch zuweilen von pro Cent, oder so viel Zeit, die Frage, wol aus- und berechnet. Imgleichen in der Stich oder Tausch-Rechnung, da taxirte Waare, gegen andere gleichfalß zu einem gewissen Preise gesetzte Waare vertauschet werden, muß man wol acht haben, daß keinem zu kurtz geschehe; wie auch in der Gesellschafft-Rechnung, wann 2. oder mehr ein gewisses Capital zusammen legen, und damit in Compagnie handeln, als:

A. leget 90. Rthlr. auf 3. M. = 270
B. = 120. = 4. M. 480 Gewinn

750 = 125. Rthlr. = 270 Rthlr.
facit 45 Rthlr.
750 = 125. Rthlr. = 480 Rthlr.
facit 80 Rthlr.

B. Da dann durch die multiplication der Monahten mit den Rthlr., die rechte proportion wann nemlich es ferner nach Theilungs-Art gerechnet, solchergestalt wird ausgerechnet seyn, theils, weil nach Verfliessung der erstern 3 Monahten die Gesellschafft weiter nicht getheilet, als daß A. sein Capital zurück genommen, da doch derselbe ferner seine Mühe angewandt.

A. Genug man mag es weiter nachdencken. Wir wollen demnach nur nach der Theilungs Rechnung eine Erbschafft nach dem 51. Art. des Stad- und Butjadinger Land-Rechts vertheilen, als woraus zu ersehen, daß die Elterliche Erbschafft daselbst nach 5ten Theilen zu rechnen, und ein Sohn 3. Theile, eine Tochter aber 2 Theile haben solle, da dann, wann nur ein Sohn und eine Tochter verhanden, die Theilung nach proportion des gantzen geschicht, als:

1000 Rthlr. $\frac{3}{5}$ dem Sohn.
$\frac{2}{5}$ der Tochter.

1 = 1000. = $\frac{3}{5}$. f. 600. Rthlr. der Sohn.
1 = 1000. = $\frac{2}{5}$ f. 400. Rthlr. die Tochter.

Wo aber mehr Söhne oder Töchtere verhanden, ſo wird die Erbſchafft in ſo viel 5te Theile vertheilet, als: zwiſchen 2. Söhne, und 3. Tochtere gleichfals 1000. Rthlr. zu theilen.

$250 \quad \frac{3}{5}$
$250 \quad \frac{3}{5} \qquad 12$
$166\frac{2}{3} \quad \frac{2}{5} \qquad \overline{}$
$166\frac{2}{3} \quad \frac{2}{5} \qquad 5 = 1000 = \frac{2}{5}$. f. jede Tochter $166\frac{2}{3}$.
$166\frac{2}{3} \quad \frac{2}{5}$
$\overline{1000} \quad \overline{12} = 1000. = \frac{3}{5}$. f. jeder Sohn 250.
$\qquad\quad 5$

B. Es iſt in ſolchem Land-Recht vernünfftig verordnet, daß jeder Sohn die Helffte ſoll mehr als jede Tochter haben: vielleicht, weil eine Manns-Perſon ein mehrers ſich durch die Welt zu bringen, oder ſein Glück zu machen benöhtiget, als eine Frauens-Perſon, welche, wann ſie ſich verheyrathet, den Mann ſie zu ernähren, ſorgen läſſt. Wiewol nach ſolchem Rechte eine Frau im Hausmanns-Stande, wann ſie fleiſſig iſt, ſich deſſen auch zu erfreuen hat. Wenn nun ein Sohn 1. Rthlr. kriegt, bekommt die Tochter $\frac{2}{5}$. Summa $1\frac{2}{5}$. Nun

$\frac{1\frac{2}{5}}{5} = 1,S. = \frac{1.}{3}$ f. $\frac{3}{5}$.

$\frac{1\frac{2}{5}}{5} = 1,S. = \frac{\frac{2}{5}.}{2}$ f. $\frac{2}{5}$

ſo, daß ein Sohn allemahl die Helffte mehr, als jede Tochter empfängt.

A. Man hat auch eine Rechnungs-Manier, auf Holländiſch de Regul van Egaliſatie oder Gleichmachungs, genandt: als

12 Ellen + 12. pf kosten 3 stüv. ÷ 6 Ellen = 1 Elle.
6 add. 16

18 oder 48. pf.
12. subtrah.

18) 36

Facit 2. Pf.

proba.

12 Ellen, kosten 24 pf. sind gleich = 48. pf ÷ 6 Ellen.
+ 12 12 2

36 36 12

B. Solches verstehet sich, inmassen die 6. Ellen, so in dem mittlern Satze von denen Stüvers abgehen, so viel wehrt sind, als die 12. pf. so forne zu viel, sich betragen.

A. Ich habe in so weit den Herrn bemühet: Wenn ich nun die Freyheit nehmen darff, so wäre die Regula Alligationis noch beliebigst zu solviren. Zumahl offt gute und geringe Waare untereinander vermischet worden, als:

Einer hat 3erley Rogken, kostet die Last A. 64. B. 60. C. 54. Rthlr., will davon eine Parthey von 24. Last mengen, daß jede auf 57. Rthlr. komme, Fr. wie viel muß er eines jeglichen nehmen? Antw. von A. und B. jeder $4\frac{1}{2}$ Last, und von C. 15. L.

57. Rthlr.	A 64	3
	B 60	3
	C 54	7. 3

16. = 24. = 3. f. $4\frac{1}{2}$ L. A. & B.
16. = 24. = 10. f. 15. L. C.

da dann die 57. von 64. und 60. und 54. von 57. subtrahiret, und

f 2 der

der rest der erstern, als + bey C. und der letzter rest, als ÷ bey A. und B. gesetzet und ferner nach der Gesellschafft oder Theilungs-Rechnung es durchgeführet wird, wie folgende

proba

die Richtigkeit des facit ausweiset.

1. L. A	= 64. Rthlr.	= $4\frac{1}{2}$. L. A. f.	298. Rthlr.
1. L. B	= 60. Rthlr.	= $4\frac{1}{2}$. L.	f. 270.
1. L. C	= 54. Rthlr.	= 15. L.	f. 810.
			1378. Rthlr.

1 Last gemenget = 57 Rthlr. = 24. Last? facit 1378. Rthl.

```
 57
 24
----
 228
114
----
1368. Rthlr.
```

B. Da der HErr sich diese Mühe gefallen lässt, ist meine Meinung mit wenigen, daß damit ich nur folgendes kleine exempel nehme (massen mit dergleichen es sichs besser demonstriren und begreiffen lässt.)

8. Rthr.	6. Rthlr. A.	4
	12. Rthlr. B.	2

6	= 24 Last	= 4. f. 16. L. A.
6	= 24	= 2. f. 8 L. B.

1 L. A	= 6. Rthlr.	= 16. L. f. 96. Rthlr.
1 L. B.	= 12 Rthlr.	= 8. L. f. 96. Rthlr.

8. Rthlr. = 1 Last gemenget 192. Rthlr.

facit 24. Last gemenget.

gleich wie die Vermengung aus bessern und geringern Waaren geschehen.

schehen muß, also diese von jenern subtrahiret, 6. bleiben, als so viel es auch kommt, wenn des A. ÷ und des B. + addiret werden.

6

A. 6. Rthlr. B. 12. Rthlr.

2 —— —— 4

8 R.

Nun sind 6. mahl 8. 48. Und dann die 2. mit 12. und 4. mit 6. auch multipliciret, und sodann addiret, kommen auch 48. R.

	8 8 8 8	8 8.	6 mahl 8.
4 mahl 6	6 6 6 6	6 6	
2 mahl 12	2 2 2 2	2 2	

Und solche proportion, als 4. gegen 2., hat auch 16. gegen 8., woraus weiter kan nachgedacht werden, daß die proportion der 96. gegen 96. und 192. gleich sey 24. gegen 24. und 48. Welche Bewandtniß es auch hat mit andern dergleichen Exempeln.

A. Auch hat man eine Art alligation, da das geringste vor nichts gerechnet wird.

Einer hat $12\frac{1}{2}$ löthiges Silber, von diesem Stück soll ein Werck verfertiget werden zu 50. Ꝧ., das 11. Loht ins feine halten soll, wie viel muß Silber auch Kupffer zur Beschickung jedes besonders genommen werden? f. 44. Ꝧ. Silber und 6. Ꝧ. Kupfer.

11 Loht | $12\frac{1}{2}$ | 11
| 0 | $1\frac{1}{2}$

$12\frac{1}{2}$ – 50. – 11. f. 44. Ꝧ. S.
$12\frac{1}{2}$ – 0. – $1\frac{1}{4}$. f. 6. Ꝧ. K.

proba.

44. Ꝧ. Silber thun à $12\frac{1}{2}$. L. 550. Loht
6. Ꝧ. Kupfer – – } 1 Ꝧ.
50. Ꝧ. vermenget thun ins feine 550. Loht

B. Weil das Kupfer hier nichts thut, als daß es die Grösse oder Schwere der 50 ℔. des 11 löthigen Silbers ergänzet: So wird eine O davor gesetzet. Und wird zu 11. L. Silber $1\frac{1}{2}$ L. Kupfer genommen. Und 50. ℔. vermenget, thun 550. Loht ins fein, sind 44 ℔ à $12\frac{1}{2}$ L., darzu das darunter steckende Kupfer à ℔. $3\frac{1}{2}$ Loht, sind 154 ℔. Kupfer, noch 6. ℔. Kupfer à 16. L. sind 96. Loht.

550 Loht Silber
154 Loht Kupfer.
96 Loht Kupfer.

800 Loht sind à ℔. 16. Loht.
50. ℔.

A. Folget die Regula Cocci oder Virginum, als worinn man auf kein gewisses Facit darff bedacht seyn: welches herrühret aus der Zerstreuung der nach geschehenen subtrahiren des mit der kleinesten Zahl multiplicirten forderen Satzes von dem hintern oder der Summe bleibenden Rests, da dann die nach gleichmäßigen subtrahiren der kleinesten Zahl von dem übrigen mittler Zahlen bleibenden reste, in solchen zerstreueten Zahlen dividiret werden, als:

Zehen Persohnen, als Männer, Gesellen, Frauen und Jungfrauen, haben verzehret 10. R. 1. Mann hat gegeben 3. R. ein Junggeselle 2. R., eine Frau 1. R. und eine Jungfrau 6. K. Fr. Wie viel ein jeder der Personen gewesen.

	3. R. M	$2\frac{1}{2}$	10. R.
10. P.	2. R. J. G.	$1\frac{1}{2}$	5
$\frac{1}{2}$	1. R. Fr.	$\frac{1}{2}$	
	$\frac{1}{2}$. R. Jfr.		5
5			

$2\frac{1}{2}$) $2\frac{1}{2}$ = 1. M.
$1\frac{1}{2}$) $1\frac{1}{2}$ = 1. J. G.
$\frac{1}{2}$) 1 = 2. Fr.
6. Jfr.

B. Weil die kleineste Zahl von denen übrigen subtrahiret, und mit dem
forderſten

forderſten Satz, als der ſämmtlichen Perſohnen multipliciret, und ſolches Product von der gantzen Summe abgezogen worden: So kan der desfällige reſt, nach Belieben vertheilet, und die Theile mit denen reſten der mittler Zahl, wenn man nur obſerviret, daß man in Sachen, ſo ſich nicht theilen laſſen, zum quotienten gantze Zahlen bekomme, dividiret, und dann die obgedachte kleineſte Zahl, von der gantzen Zahl, als dem forderſten Satz, abgezogen werden, welches dann für die Sache, ſo die kleineſte Zahl bedeutet, und die übrige Quotienten reſpective vor jede übrige bedeutete Sachen oder Perſonen das facit geben. Und weil beſagte Theilung nach Belieben geſchehen kan: ſo kommt es daher, daß dieſe Regul viel Facitten leydet.

A. Nun kähme die ſo genandte Regula Falſi oder Poſitionum, da man, durch Setzung einer gewiſſen Zahl, aus der bekandten Zahl eine unbekandte heraus bringen kan, und was aus der geſetzten gewiſſen Zahl heraus kommt, ſich hält gegen der bekandten, alſo die geſetzte gegen dem zu ſetzenden Zahl, oder dem Facit, wovon die Frage iſt, ſich hält; Auch, wenn die additio oder ſubtractio ohne Anſehung der Quotæ darzu kommt, oder man ſonſt beſchaffenen Sachen nach, mit 2. zu ponirenden Zahl operiren muß, man jedes product entweder von der bekandten Zahl, oder dieſe von jenen abziehet, und dann der Reſt entweder + oder ÷ bey jeden geſetzten Zahl ſtellet, und ſodann ins Creutz multipliciret, und wenn beſagtes beydes + oder ÷ ſubtrahiret, oder, wenn eines + das andere ÷ giebt, addiret, und ſolcher geſtalt auch mit denen beeden + oder ÷ verfähret, und reſpective die Summe oder den reſt durch gedachte Summe oder reſt, dividiret, das Facit heraus bringet, als zum E.

Ein Schwein-Hirte ſpricht auf der Weyde zu einen Schaff-Hirten du haſt wol 600 Schaffe; welcher antwortet: Nein, ſondern, wenn ich noch ſo viel, halb ſo viel, hätte, ſo hätte ich juſt die 600. Schafe. Fr. Wie viel?

6	12	6 ÷ 585 } 15
6	12	12 ÷ 570 }
3	6	
÷ 15	÷ 30	7020 3420
600	600	3420
585	570	15) 3600 f. 240. Schaaffe.

Oder:

15. = 6 = 600. f. 240. 30 = 12 = 600. f. 240.

B. Diese Regul zu erklähren, wollen wir folgendes Exempel vor uns nehmen.

24	6	12
24	6	12
12	3	6
60	÷ 15	30
	60	60
	45	30

6 ÷ 45 } 15
12 ÷ 30 }

540 180
180
360

2
360 (24.
155
1

	12	12	6 (30
÷	12	12	6 (30
	24	24	12 (60
÷	6	6	3 (15
	18	18	9 (45

18	18	9 (45
12	12	6 (30
6	6	3 (15

Wenn

Wenn ich nun 12. 12. 6. sind 30., 6 mahl setze, kommen 180., und 18. 18. 9; 12. mahl sind 540. jene von diesen abgezogen, kommen 18. 18. 9. sind 60. 6 mahl, machen 360.
6. 6 3
Weiter 12. 12. 3. von 18. 18. 9. kommen 6. 6. 3. dadurch 360 dividiret, kommen 3. und 1. 6 mahl sind 24.

A. Das habe ich wol verstanden. Wir wollen auch folgendes Exempel vor uns nehmen.

Einer hat etlich Geld, verspielet davon $\frac{1}{2}$. und versäufft 2. Rthlr., mit dem übrigen spielet er fort, und verspielet $\frac{1}{5}$., behält endlich 10 Rthlr. Fr. wie viel er anfängl. Geld gehabt.

16 Rthlr. | 40
$\frac{1}{2}$) ——— | $\frac{1}{2}$) ———
8 | 20
2 | 2
——— | ———
6 ÷ | 18
$\frac{1}{5}$) 2 | $\frac{1}{5}$) 6
——— | ———
4 | 12
10 | 10
——— | ———
6 | 2

16 ÷ 8 > 8
40 + 2
——— ———
240 32
32
———
272
8) ———
34 Rthlr. f.

Man kan auch das plus und minus in Brüchen bringen, als

16 ÷ $\frac{6}{10}$ | $\frac{3}{5}$ > $\frac{4}{5}$
40 ÷ $\frac{2}{10}$ | $\frac{1}{5}$
——— ——— ———
24 $3\frac{1}{5}$
———
$\frac{4}{5}$) $27\frac{1}{5}$
———
f. 34

Oder man kan das plus oder minus gegen einander verkleinern.

16 ÷ 6 3 > 4
40 + 2 1
——— ———
120 16
16
———
4) 136
———
34

B. Solches deutlicher zu demonstriren soll folgendes exempel dienen.

8	12	6	
8	12	6	12 + 10 ⟩ 15
4	6	3	6 ÷ 5 ⟩
20	30	15	60 60
	÷ 20	÷ 20	60
	10	5	15) 120
			8

4.	4	2	(10
12	12	6	(30
8	8	4	(20
6	6	3	(15
2	2	1	(5

4	4	2	(10
2	2	1	(5
6	6	3	(15

Nun 4. 4. 2. sind 10., 6 mahl genommen, kommen 60. Und 2.2.1. sind 5. 12. mahl gesetzet kommen 2.2.1. 6 mahl sind auch 60. welche 2.2.1. müssen addiret werden, so kommen 8.8.4. 6 mahl. Nun dann besagte getheilet

4.4.2. (6 mahl und
2.2.1.(
2.2.1.(6 mahl

4.4.2. { 4.4.2. / 2.2.1. / 2.2.1. } 6 mahl
durch 2.2.1.

kommen $1\frac{1}{3}$. 6. mahl, sind dann die verlangte 8., als so vielmahl der divisor in dem dividendo enthalten.

item dieses Exempel, wenn ich eine Zahl 2. mahl und $\frac{1}{2}$ mahl nehme, und solches alles zu der Zahl addire, als;

8	6	10	6 ÷ 7 > 14
16	12	20	10 + 7
4	3	5	——— ———
———	———	———	70 42
28	21	35	70
	28	28	———
	———	———	14) 112
	7	7	———
			8

	2.	4.	1.(7			
	———	———	———			
÷	6.	12.	3.(21			
÷	8.	16.	4.(28	2.	4.	1.(7
	10.	20.	5.(35	2.	4.	1.(7
	———	———	———	———	———	———
	2.	4.	1.(7	4.	8.	2.(14.

Nun dann, wenn ich + 2. 4. 1. sind 7. 6 mahl nehme, kommen 42. und ÷ 2. 4. 1. sind gleichfalß 7. 10 mahl setze, kommen 70. zu 42 addiret, sind 2. 4. 1. 16 mahl nemlich 2.4.1.(/ 2.4 1.(8 mahl, oder 112. selbige durch 2. 4. 1. item 2. 4. 1. dividiret, sind besagte 8.

A. Ich hätte doch auch gerne ein wenig näher Bericht von obigen Spieler-Exempel.

B. Solches zu erläutern konte man etwa also stellen.

16 ÷ 10 (6	
——— ———	
÷ 10 ÷ 6 (4	
÷ 10	16. ÷ 10 (6
10 + 2 (12	12 ÷ 10 (2
——— ———	——— ———
12 ÷ 10 (2	28 ÷ 20. (8

Nun 12 ÷ 10. sind 2., 16 mahl gesetzet, kommen 32. und 16 ÷ 10 sind

6., 40. mahl gesetzet, kommen 16 ÷ 10 (16 mahl, sind 240. Denn

16 ÷ 10
8 ÷ 5
―――
40 ÷ 25 oder 15

weil 2. mahl 16. 32. sind und dann von 40. noch 8 übrig bleiben, als die $\frac{1}{2}$. von 16., müssen auch die 16 ÷ 10 solcher gestalt gesetzet werden.

Weiter

$$\left.\begin{array}{r} 12 \div 10 \\ 16 \div 10 \\ 16 \div 10 \\ 8 \div 5 \end{array}\right\} 16 \text{ mahl}$$

addiret sind 52 ÷ 35 (16 mahl, und dann solches oder (machend 272.) durch 16. ÷ 10 welches so viel als 8., dividirt, kommt jedes-
12. ÷ 10
―――
mahl $2\frac{1}{8}$. also in 16 mahl 34., denn wenn ich 34. mahl 16 ÷ 10
12 ÷ 10
hinsetze, kommt so viel als wenn ich obige Zahlen, in Summa 52 ÷ 35. 16 mahl nehme, zumahlen $\frac{8}{8}$> 16 mahl hingesetzet, so viel sind als 8. 32. mahl genommen, da dann von den 34. noch 2. Stetten übrig bleiben, machen 2. mahl 8 oder einmahl $\frac{8}{8}$ dann solche 16. eintzeln zu obigen zugesetzet, stehen $\frac{8}{9}$. 16. mahl, welche 9. so viel als 16 ÷ 10 und 8 ÷ 5. Und dies sind die 34. so in der Operation 10. geben, als

34
――
$\frac{1}{2}$. 17
2
――
$\frac{1}{5}$) 15
÷ 5
――
10

A. Es kan daraus sattsahm verstanden werden, was die Regul Falsi vor einen Grund habe, als welche Regul in dergleichen Rechnungen füglich kan gebrauchet werden, ohne, wenn ein quadrat oder dergleichen Wurtzel darzwischen kommt, alsdann man die so genandte Coss oder Algebra sich bedienet, als wodurch man nicht allein Exempeln so durch andere Reguln worunter auch die Falsi aufzulösen, solviren, sondern auch, was sonsten unmüglich durch Rechnen zu erachten scheinen mögte, ausrechnen kan. Wiewol wenn man an statt der Wurtzel-Zahlen die Quadrat Zahlen setzet, und damit Regulmässig verfähret, man das Facit quadriret herausbringen kan. Voritzo wollen wir zufoderst die progressiones oder Auffsteigung der Zahlen vor uns nehmen, deren dreyerley Art, als die Arithmetische, Geometrische und Harmonische. In den beeden erstern hat man absonderliche Manieren die Zahlen in einer Summe zu bringen, als in der Arithmetischen

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10.

da dann die erste Zahl zu der letztern addiret, und kommendes durch die Helffte der Stetten multipliciret wird, als:

$$\begin{array}{rl} 10 & \\ 1 & \\ \hline 11 & \\ 5 & \text{die helffte der Stetten} \\ \hline 55 & \end{array}$$

B. Weil durchgehends die Zahlen in einer Progression aufsteigen, so sind, wenn man 3. Progress-Zahlen hat, als: z. E. 3. 4. 5. die 1te und 3te addirt allemahl so viel, als die mittelste doppelt genommen, nemlich 3. und 5. so viel als 4. und 4. oder 2 mahl 4. Denn 5. ist 1 mehr als 4. und 3. 1. weniger, muß also überein kommen. Und wenn man 4. Progress-Zahlen hat, als 3. 4. 5. 6. sind die 1ste und 4. so viel als die 2te und 3te, nemlich 3. und 6. sind 9., und 4 und 5. auch 9. welches dann, weil 3. 1. weniger als 4. hergegen 6. 1. mehr als 5., also übereinstimmen muß. Und gleicher gestalt verhält sichs

mit der Progression von mehrern Zahlen, wie in obigen
1. und 10. sind 11., 2. und 9. sind auch 11. item 3. und 8., 4 und 7. auch 5. und 6.
und weiln immer 2 Stetten zusammen gethan: So machen die Helffte aller Stetten als 5. mahl 11 die Summe

A. Und hieraus kan man denn auch lernen, wie man die Zahl oder Summen der Stetten, item die Zahl der letzten Stette suchen könne, denn durch die division der halben Stetten Zahl durch die Progress-Summe, kommt die addition der ersten und letzten Stette und von der letzten Stette die erste subtrahiret, kommt der letztern Stette Zahl. Wir wollen also uns zu der Geometrischen Progression welche (an statt die Arithmetische durch die addition,) durch die Multiplication, also grösser, aufsteigen, wenden, als welche man durch einen behenden Weg addiren kan, als;

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729.
3 Ubertretungs Zahl.

3. Ubertretungs	2187
1 Zahl	÷ 1 erste Zahl
2	2) 2186
	1093

Oder:

1. 3. 9. 27. 81. 243. 729.

1	÷ 1
2 = 1. was dann	728
	f. 364
	+ 729
	1093

B.

B. Wenn ich in dieser Progression 3. Zahlen habe; als 3. 9. 27. so kommt, wann ich die 1te und 3te miteinander multiplicire, eben so viel als wenn ich die 2te mit ihr selbst vermehre, nemlich 3. mahl 27. sind 81. und so viel auch 9. mahl 9., weil

999|999|999

9 mahl 9. sind 81. und 3 mahl 9. 27. Folglich 3 mahl 27 auch 81 machet. Und wenn ich 4. Zahlen habe, als 3. 9. 27. 81., so machen die erste mit der letztern, und die 2 mit der 3ten vermehret auch eine Summe, nemlich alhie beydes mahl 243., weiln

```
81.  81.  81.
---  ---  ---
27   27   27
27   27   27
27   27   27
```

3 mahl 27. 81. sind, und 3 mahl 9. 27. oder weil gedachter massen 9 mahl 9. so viel sind, als 3 mahl 27 und 3 mahl 27. 81 sind, folglich die forderste Zahl als 3. mit der 4ten als 81. so multipliciret. Zumahl so viel als 9. mahl 9. Und also verhält sichs auch mit den übrigen Stetten. Denn 1. mahl 729. sind so viel, item 3. mahl 243, auch 9. mahl 81. und 27. mahl 27. gleichfals 729. Demnach dann in solcher Progression der letzte Stette Zahlen so viel sind als alle andere vorhergehende Stetten ausmachen: und zwar solche letzte Stette, weniger der erstern Stette Zahl, als dem Anfang der Progression, so viel mahl, als die Fortschreitungs-Zahl ÷ 1. sich beträgt, in sich begreifft, als die vorhergehende Stetten enthalten z. E.

```
               333    333|333|333
                             ---
3.  333.       333    333|333|333
                             ---
               333    333|333|3,3(3

3.    9.    27.        81
----  ----  ----)       3
  machen 39        3   ---
                   1 2) 78
                  ---   ---
                   2    39
```

(Da

Dahero dann die Richtigkeit der Operation, der ersten Manier folget.

A. Aber! was vor einen Grund hat dann die Operation der obgedachten 2ten Manier.

B. Selbiger fliesset aus obigen, denn

```
                 33 | 3
                ----|
3.   33|3        33 | 3
                ----|----
                 33  (3

3.        9.       27
          3         3     27
         ---       ---
          6  - 3 - 24   f. 12
                         ----
                          39
```

Die erste Stette von der 2. subtrahiret, enthält der rest die erste Zahl so vielmahl als die Auffsteigungs Zahl (uti hic 3) ÷ 1. sich beträgt. Und solche erste Zahl von der letzten Stette Zahl abgezogen, bleibet der rest gedachter massen so viel, als sämtlicher vorhergehenden Stette Zahl durch die Auffsteigungs-Zahl ÷ 1. multipliciret. Daraus entspringt dann die nach der Regul detri gesetzte proportion.

A. Wir wollen es dabey beruhen lassen, und die progressionem harmonicam erwegen. Dabey dann, was die Addirung derer Stetten betrifft nicht zu erinnern, indem solche nicht anders, als nach der gemeinen Manier geschehen kan. Was aber die Verfertigung der harmonischen Zahlen betrifft: So ist bekandt, daß solche aus der Arithmetischen progression entspringet, als:

2. 5. 8. 11.

ineinander multipliciret, und das Product rückwerts dividiret, kommen

80. 110. 176. 440.

und

und hält sich die erste Zahl gegen der 3ten als die differentz der ersten und andern Zahl gegen der differentz der andern und 3ten Zahl,

nemlich $\frac{80}{176}\big|\frac{5}{11}$

$$\begin{array}{r} 110 \\ 80 \\ \hline 30 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 176 \\ 110 \\ \hline 66 \end{array} \qquad \frac{30}{66}\Big|\frac{5}{11}$$

$$\frac{110}{440}\Big|\frac{1}{4} \qquad \begin{array}{r} 176 \\ 110 \\ \hline 66 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 440 \\ 176 \\ \hline 264 \end{array} \qquad \frac{66}{264}\Big|\frac{1}{4}$$

B. Allhie stossen die Arithmetische und Geometrische Progression und Proportion zusammen.

A. Wir wollen nur mit wenigen erwegen, wenn man 2. harmonische Progressions-Zahlen hat, wie die 3te darzu zu finden, als;

2. 4. 6. Arithmeth. progr.

8. 12. 24. Harmon. progr.

wenn ich 8. und 12. weiß, Fr. welche ist die 3te?

B. Kan am leichtesten erforschet werden, wenn man die Regul Coss oder Algebra zu Hülffe nimmt, als ich setze für die 3te Zahl 1. Q. so verhält sich 8. gegen 1. Q. wie 4. gegen 1. Q. ÷ 12.

$$\frac{8}{1Q} \text{ gleich } \frac{4}{1Q \div 12}$$

$$4Q = 8Q \div 96$$
$$\underline{\quad 4Q \quad}$$

sind 4 Q. = 96. also 1 Q. 24.

A. Wenn ich die 1te und 3te weiß, kan man auf solche Art auch ja wol der 2ten Stelle Zahl finden?

A. Ist eine Selbst-Folge, wann auch davor 1 Q. gesetzet wird, $\frac{8|1}{24|1}$ ist gleich = 1 Q. ÷ 8

24 ÷ 1 Q.

3 Q. ÷ 24 = 24 ÷ 1 Q.
+ 1 Q. 24

4 Q = 48. also 1 Q. = 12.

und folglich auch also die erste zu finden,

1 Q. gleich 12 ÷ 1 Q.

24 12

288. ÷ 24 Q. = 12 Q.
12 Q.

36 Q. = 288. also 1 Q. machet 8.

A. Das lässt sich ziemlich vernehmen. Aber! ich wette, man könne es auch also erfinden, wenn ich z. E. vor 8. 12. 24. setze 1 Q. $1\frac{1}{2}$ Q. 3 Q. daß also 1. Q. sich gegen 3 Q. wie $\frac{1}{2}$ Q. gegen $1\frac{1}{2}$ Q.

B. Wer dann Lust hat zur etwas weitläufftigern Operation, mag vor die Zahl worvon die Frage, 1 Q. setzen. Ich will doch dem Herrn meine Meinung unverholen seyn lassen, wie man es machen könne, wenn man eigendlich auf die Differentzen der harmonischen Zahlen Achtung giebt. Nemlich wenn ich habe die beyden erstern Zahlen, als 8 und 12. so subtrahire ich die beede von einander, bleiben 4. solche von der ersten subtrahiret, bleiben auch 4. nun die gedachte 8. und 12. mit einander multipliciret sind 96, selbige durch letzt besagte 4. dividiret sind 24. Die 3te Zahl. Welches zu demonstriren man diese Aufstellung machen kan.

4 1 Q. ÷ 1
8 12 1 Q.

Nun

Nun wie sich verhält 4. gegen 8. so verhält sich auch 1. Q. ÷ 12 gegen 1 Q.

$$4 \;:\; 8 \;:\; 1\,Q. \div 12, \text{ facit } \underline{8\,Q. \div 96 : 1.\,Q.}$$

$$\underline{\quad 4 \quad}$$

$$4\,Q = 8\,Q. \div 96$$

$$\underline{4\,Q.}$$

$$4\,Q. = 96 \text{ f. } 24.$$

Und wenn mir die beeden letztern bekandt, als 12. und 24. so subtrahire ich eine von der ander bleiben 12., und obige 12. mit 24 multipliciret, sind 288. selbige durch 24 + die differirende 12. als 36. dividiret, kommen 8. die erste Zahl wäre durch folgenden Aufsatz vorzustellen

$$12 \div 1\,Q. \qquad 12$$

$$1\,Q \qquad 12 \qquad 24$$

Nun wie sich die differirende 12. halten gegen 24. so verhält sich 12 ÷ 1 Q. gegen 1. Q.

$$12. \;:\; 24. \;:\; 12 \div 1\,Q. \quad \text{fac. } \underline{288 \div 24.\,Q.}$$

$$12.$$

$$\underline{288 \div 24\,Q.} \;:\; 1\,Q.$$

$$\underline{\quad 12 \quad}$$

$$12\,Q. = 288 \div 24\,Q.$$

$$\underline{\quad 12 \quad}$$

$$36\,Q. = 288. \text{ f. } 8.$$

wobey auch so wol im vorhergehenden als diesen Aufsatz man sich des Vortheils der Verkleinerung bedienen kan, wie allhie

12 ≠ 24 ≠ 12. ÷ 1 Q.

12) ―― 2

2 ――――――――――

24 ÷ 2 Q. = 3 Q.

1

――――

3 Q. ≠ 24 ≠ 1 Q. f. 8.

saget man also die 2te von der 3ten bleiben 12: selbige in 24. 2mahl solche 2. mit der mittlern 12. vermehret sind 24. durch 2. und 1. sind 3 dividiret kommen 8. Wiewol dieses vor einem nicht wol geübten einige Obscurität verursachen kan. Derowegen man lieber bey eben gedachter Manier verbleibet.

A. Und wird dann also die 2te Zahl zweifels ohne können gefunden werden?

B. Ich setze

$$\overbrace{8. \quad 1\,Q. \quad 24}^{16}$$

Nun kan ich durch Zerstreuung der 16. als sämbtliche Differentz

$$8 \overset{4.}{\frown} 12 \overset{12.}{\frown} 24$$

die 2te Zahl leicht finden, nemlich weil die differentzen sich gegen einander halten, wie 8. gegen 24. oder

1. gegen 3
1
3
――
4. ≠ 16. ≠ 1. f. 4. die erste differentz.
zu ≠ 8. die erste Zahl.
――
addiret
kommen 12 die 2te Zahl.

A. Es mag demnach, was ferner für Gründe hieraus zu nehmen ein Liebhaber

Liebhaber versuchen: Denn ich mercke, daß die 3 harmonische Zahlen 8. 12 24 sich halten
wie 1 Q. $1\frac{1}{2}$ Q 3 Q.
Nur wollen wir erwegen, wie weit die beyden erstern Zahlen von einander differiren müssen, daß die 3te könne darzu gefunden werden.

B. Es müssen die beyden erstern harmonischen Zahlen wenigstens unter der Helffte von einander seyn. Denn sonst wenn ich z. E. setze:

8. 16. 1 Q.

würde aus der Operation heraus kommen

8 Q. gleich 8. Q. ÷ 108

woraus dann massen nach letzt-vorgedachter Manier die differirende 8. von der ersten Zahl, als auch 8. nicht wieder kan subtrahiret werden, unmüglich ein facit heraus zu bringen.

A. Noch ist übrig, wie man aus den harmonischen Zahlen, die arithmetische Progression, als deren principium wieder heraus zu bringen.

B. So viel ich mich in kurtzen darauf resolviren können, kan solches folgender Gestalt füglich geschehen.

2. 4. 6. Arithmetische progression
8. 12. 24. harm. progr.
1 Q. $1\frac{1}{2}$ Q. $1\frac{1}{2}$ Zl.

Nemlich man setzet für 8. 1 Q. und also für 12., als die mittlere Zahl $1\frac{1}{2}$ Q. Nun verhalten sich die 2te und 3te Zahl der arithmetischen Progression auch also, weil daraus, wann selbige mit der erstern Zahl multipliciret werden, die beyden erstern Zahlen der harmonischen Progression entspringen, gegen einander wie 1 gegen $1\frac{1}{2}$. Wann dann die 2te und 3te Zahlen der arithmetischen Progression mit einander vermehret werden, kommt daher die 3te harmonische Zahl, so viel als $1\frac{1}{2}$ Zl. = 24. - 1. Zl. f. 16. Daraus 4. die quadrat-Wurtzel, als die mittler Zahl der Arithmetischen Progression durch solche 4. die erste und 3te harm. Zahlen dividiret

dividiret, kommen die 1te und 3te Zahlen der arithmetischen Progression. Und solchergestalt konte man auch für die mittler Zahl der harm. progression als 12 setzen 1 Q. und für die erste als 8 $\frac{2}{3}$ Q. Nun 1 Q. mahl $\frac{2}{3}$ Q. ist $\frac{2}{3}$ Zl = 24 also 1. Zl. 36. daraus R. □ ist 6. die 3te arithmetische progr. Zahl. ꝛc.

A. Wir wollen wegen der progressionen, als: daß solche Aufsteigende und Niedersteigende sind, und was sonst zu erinnern den Kopf nicht weiter zerbrechen. Nun ich dann auch genugsahm vernommen, was die Zahlen der besagten 3. progressionen respective unter sich vor eine proportion haben, da man was die harmonische proportion in der Music thue, denen Herren Musicis überlässt; Mögte ich wol ein Exempel in denen Rechten von einer harmonischen proportion haben; Zumahl bekandt daß Finis juris sey justitia suum cuique tribuens, welches versiret in triplici proportione: (1) Arithmetica, semper æqualis, facta factis, res rebus, sine personarum delectu coæquans, und welche vornemlich wegen creditirten Waaren, Schulden, Pfänden, Leihen, deponiren und dergleichen hervorleuchtet. (2) Geometrica, welche similitudinem non æqualitatem ansiehet. Exempla in l. capitalium §. servorum ff. de poenis, l. ult. ff. de Incend. l. ut gradatim ff. de munerib. 3. Harmonica, so ex Arithmeticis & Geometricis rationibus entspringet, æqualitatis & similitudinis conjunctâ ratione causas definiens.

B. Es wird L. Eos. 26. C. de Usur. davon ein Exempel geben, als worin der Kayser Justinianus zwar Hohen, Vornehmen und Reichen, so wol, als mittelmässigen und geringern Vermögens Leuten, einen Zins oder Interesse vor ihrem Capital zu fodern und zu nehmen erlaubet, doch ein gewisses Maaß und Ziel setzet, nach welchem diese (und besonders die Kauff-Leute, zumahl man einige Gefahr zu besorgen) ein mehrers als jene bedingen und nehmen können. Wer aber Lust hat, von dieser Materie die Zinse, belangend, einen vernünfftigen gründlichen und Christlichen Bericht zu haben, kan solches auch finden in Matthiæ Hertteln speculo Notar. und

zwar

zwar ſt. 5. inform. pro Offic. polit. cap. 89. qu. 5. Wenn gefraget, ob man umſonſt geben und leihen ſolle oder nicht.

A. Man trifft auch offters in denen alten Tröſtern etwas an, ſo wol ſo gründlich und deutlich ausgeführet, als in den neuen Tractaten. Nun wird es Zeit ſeyn daß wir die im Rechnen vorkommende aus denen Wurtzeln entſpringende Zahlen und deren Extraction erwegen. Zufoderſt aber wollen wir die ſo genandte Perfect-Zahlen beſehen, und zwar was davon Arnold Möller bey der Materie der Progresſion ſchreibet, nemlich daß ſolche Zahlen ſeyn, ſo man ihre partes aliquotas oder Theiler (welche eine Zahl dergeſtalt in ſich beſchlieſſen, daß nichts übrig bleibe) ſummiret, gerade und eben dieſelbige Zahlen wieder bringen, ſeyn auch ſo ſparſam, daß unter 10. nur eine, als 6. unter 100. nur zwo nemlich 6. und 28. und unter 1000 ꝛc. 496. zu finden, welche L. der 39. prop. des 6 Buchs Eucl. dergeſtalt geſuchet werden können.

1. 2.) 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256.
+ 1)
———
3 prim Zahl
mit 2
———
6. 1te perf. Zahl.

1. 2. 4.
2.))
4.)
———
7. prim. Zahl
mit 4
———
28. 2te perf. Zahl.

1. 2. 4. 8. 16. --- 32
÷ 1
———
31 pr. Z.
mit 16
———
496. 3te perf. Z.

--64 --- 128 --256 -- 512

$\div$ 1 $\div$ 1

127 prim. Z. 511 prim. Z.

mit 64 mit 256

8128. 4te perf. Z. 130816. 5te perf. Z.

B. Es sollen nur die 3. erstern zu unsern Zweck dienen

	partes aliquotæ.		part. aliq.
6 1te perf. Zahl	= 1 = 6	28. 2te perf. Z.	= 1 = 28
	= 2)		= 2)
	= 3)		14)
			= 4)
	Sum. 6		7)
			Summa 28

	partes aliquotæ.
496 3te perfect Zahl	= 1 = 496
	= 2)
	248)
	= 4)
	124)
	= 8)
	62)
	= 16)
	31)
	f. 496.

da dann diese perfect Zahlen aus einer Geometrischen Progression, so von 1. als der ersten prim. Zahlen anfänget, und mittelst 2., als dem ersten Theilungs-Zahl aufsteiget oder progrediret. Und können die perfect Zahlen durch die mit = bezeichnete Zahlen und die durch deren division entspringenden Zahlen getheilet werden, und weil

weil die letzte division allemahl einen numerum primum bringet, als durch deren multiplication mit der letztern Zahl der geometrischen progression hinwiederum die perfect-Zahl ausgemachet wird; so muß die Zahl 1. in der addition mit darzu gerechnet werden, zumahl die perfect Zahl gerad seyn muß.

A. Aber! aus was Uhrsachen mögten nicht auch die partes aliquotæ aus der Geometrischen Progression bis auf 8. oder 32. oder 128. 2c. können gesuchet werden?

B. Weil bis 8. 32. oder 128. addiret, kein numerus primus, gleich in denen andern additionen der besagten geometrischen Progressions-Zahlen, kommt, sondern solche additionen auch andre Zahlen bringen, so mit andern sonst darunten seyenden Zahlen können getheilet werden, als bis 8. kommt 15. auch durch 3 und 5., bis 32. 63. auch durch 3. 2c. und bis 128. 255. auch durch 5. theilbar. Dis ist so mir dismahl hievon in Eil beygefallen, dannenhero ich deswegen hiemit schliesse, und mich ferner des Herrn Anbringen unterwerffe.

3te Entrevüe

A. Wann es dann meinem Herrn nicht mißfällig wollen wir uns zu den obgedachten Wurtzel Zahlen wenden; da dann vorerst die Trigonal oder dreyeckigte Zahl sich zu betrachten giebet, als welche entspringet, wenn eine Arithmetische natürliche Progression, nemlich so durch 1. auffsteiget, addiret wird, als 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Summa 55. eine Trigonal-Zahl, deren Radix: 10. und kan die addition, nach obgedachter in den Progressions-Zahlen gegebenen Manier geschehen, nemlich die erste und letzte Zahl addiret, mit dem halbscheid der Stetten multipliciret, oder von der letzten Stette-Zahl als 10. die erste, als 1. subtrahiret, und der rest mit die Helffte der Stetten multipliciret, und die letzte als 10. so auch die Anzahl aller Stetten ist, addiret; kommt auch das Facit.

B. Ich will so viel o. setzen, deren jeglicher 1. bedeuten soll,

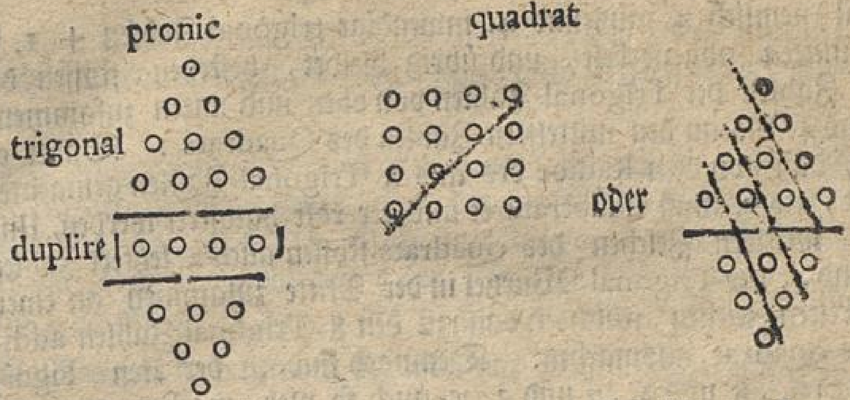
o	1te Stette.
o o	2te
o o o	3te
o o o o	4te
o o o o o	5te
o o o o o o	6te
o o o o o o o	7te
o o o o o o o o	8te
o o o o o o o o o	9te
o o o o o o o o o o	10te

machet einen gleichseitigen Triangul.

Nun sind 10. und 1. 11., 9. und 2. 11., 8 und 3. 11. ꝛc. selbige 11. mit die helfft der Stetten als 5. multipliciret, giebt das richtige Facit: Imgleichen auch aus der 2ten Manier, weil die erste von der letzten gezogen, bleiben 9, auch 8. und 1. 7. und 2. 6. und 3. 5. und 4. auch so viel, also 5. mahl 9 + 10. als die letzte Stette Zahl.

A. Die Trigonal-Wurtzel aus einer Trigonal-Zahl zu extrahiren, so dividiren einige die selbige Zahl durch ihrer Differentz Halbscheid, als $\frac{1}{2}$ kommen von obigen 55. 110., welche so viel als wenn die Trigonal-Zahl als 55. dupliret wird, aus dem duplat wird radix quadrata extrahiret, giebt die radix und der Ueberrest jeder insonderheit die Wurtzel. Sonsten wird die Trigonal Zahl als 55. mit 8. multipliciret, zum product 1. addiret, aus dem Collect als 441. radix □ extrahiret, von der Wurtzel, als 21. 1. subtrahiret, der Halbscheid des bleibenden ist die Trigonal-Wurtzel.

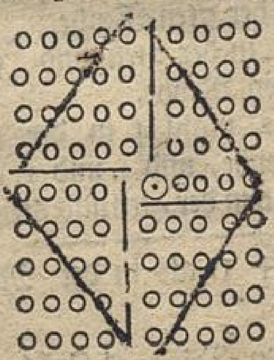
B. Die erste Manier hätte folgenden Grund. Wir wollen zum E. nur 4. vor die Quadrat-Wurtzel nehmen



Weil eine quadrat-Zahl aus 2. Trigonal-Zahlen zusammen gesetzet oder componiret, hergegen die erste Figur eine Pronic-Zahl ist, (wovon folgends mit mehrern) worin die beyden letztern Stetten von oben und unten von 2 gleicher Grösse trigonal Zahlen zusammen stossen: So kommt es daher, daß nach geschehener extraction die quadrat-Wurtzel und der rest gleicher Grösse sind, und beydes die Trigonal-Wurtzel anzeigen.

Weil aber die pronic-Wurtzel nicht so formlich, folglich es in gebrochenen Zahlen etwas differiret, oder schwerlich zutreffen, daher auch diese Manier in den pronic-Zahlen selbst von vielen nicht gebrauchet wird: so wird es vermöge der 2ten Manier in einem quadrat verwandelt, und also die Operation verrichtet, so folgendes Fundament hat 9 mahl 9.

1te Figur



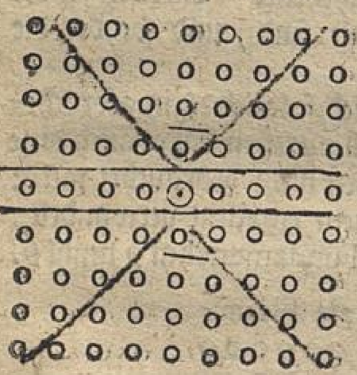
2te Figur.

	000000000		
10 ⸗	0,00000000	⸗	9 u.1
10 ⸗	00,0000000	⸗	8 u.2
10 ⸗	000,000000	⸗	7 u.3
10 ⸗	0000,00000	⸗	6 u.4
10 ⸗	00000,0000	⸗	5 u.5
10 ⸗	000000,000	⸗	6 u.4
10 ⸗	0000000,00	⸗	3 u.7
10 ⸗	00000000,0	⸗	2 u.8

Nun in der ersten quadrat-Figur, so aus 8 mahl 10 Zahlen (als dem trigo-

trigonal) nemlich 4. aus- und 4. inwendige trigonal-Zahlen + 1. so in der mitten abgezirckelt, und übrig bleibet, bestehen, stossen die letztern Zahlen der Trigonal-Zahlen von oben und unten zusammen, als 4 und 4. bis an den mittelsten Zahlen des Quadrats: Daher es kommt, daß von dem Radice des aus 8 Trigonal-Zahlen gemachten Quadrat, als 9. muß 1. subtrahiret und der rest halbieret werden. Und in den mittlern Zeichen des Quadrats stossen auch 2. letztere Zahlen als 4. und 4. der Trigonal-Wurtzel in der Mitte zusammen an einen abgezirckelten Zeichen, welche 1. dann zu den 8 Trigonal-Zahlen addiret, das Quadrat ausmachen. Demnach sind in der 2ten Figur, 9. und 1. 10., 8 und 2., 7 und 3, 2c. auch so viel, machen 8. mahl 10. und bleibet das zu Ende übergebliebenes 1. übrig als welches in der Operation darzu addiret, gleichfals das Quadrat ausmachet. Man kan es auch folgender massen aufstellen.

9 mahl 9.



10
10
10
10 auswendige Trigonal-Zahlen.

10. als 7. in der obersten, und 3. in der 3ten Reyhe.

10 item 7. in der untersten, und 3 in der 7ten Reyhe.

10 als 5. in der 2ten und 5. in der 7ten Reyhe.

10 als 2. mahl 4. in der mittelsten Reyhe, und 1. und 1. als in der mitten der 4ten und 6ten Reyhe.

8 mahl 10. sind 80. + 1. als in der Mitten der mittelsten Reyhe.

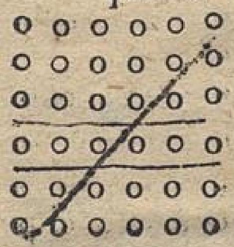
woraus dann zu ersehen, wie die äussersten Trigonal-Zahlen sich enden, auch die mittlern Zahlen, die übrige Trigonal-Zahlen ausmachen.

chen, und die allermittelste Zahl, als 1. das Quadrat supplire. Und solches alles muß also, dem Augenschein nach in allen Trigonal-Zahlen eintreffen.

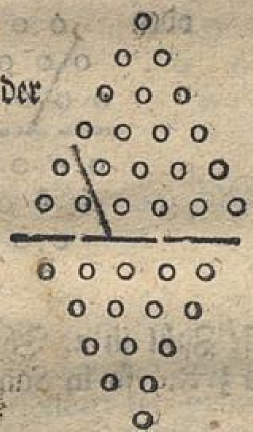
A. Die besagte und demonstrirte letztere Operation, erwächst, nach der Rechen-Meistere Lehre, aus der Cossischen Æquation oder Vergleichung, da $\frac{1}{2}$ Zl + $\frac{1}{2}$ Q. gleich einer Trigonal oder 3. eckigten Zahl, als die Trigonal Zahl aus 6 der Trigonal Wurtzel, machen 21. und $\frac{1}{2}$ Zl als 18. + $\frac{1}{2}$ Q., als 3. ist dann auch so viel.

B. Solches soll in folgenden Figuren vor Augen geleget werden.

quadrat von 6

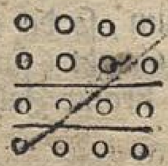


oder

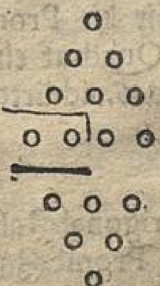


21. trig. Zahl

Quadrat von 4.

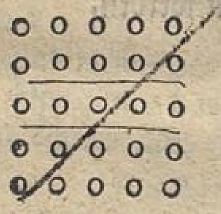


oder

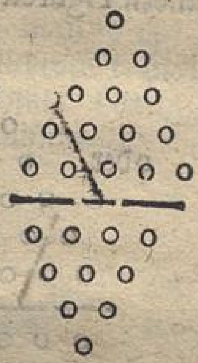


10. trig. Z.

Da dann aus der ersten Figur des Quadrats von 6. zu ersehen daß die Trigonal mit dem Quer-Strich abgeschnitten, auch das Quadrat in 2. Theile, auch die 4te Reihe mit seinem Strich abgetheilet, kommen die durch den Quer-Strich auf der andern Seite abgetheilete 3. so das halbe Quadrat mit ausmachen, auch unten in den Trigonal, und die 4te Reyhe wird mit dem Queer-Strich in 2 Theile getheilet, welches dann die $\frac{1}{2}$ des R. ist. Und in der Figur von 4. kommt die abgetheilte 1. auch unten in dem Trigonal und die 3te Reyhe wird mit dem Querstrich in 2. Theile getheilet, so verhält sichs auch in folgender Figur von 5.



oder



worinn dann die mittelste Zahl in 2. Theile getheilet, kommen $\frac{1}{2}$ Zl. als $12\frac{1}{2}$. und $2\frac{1}{2}$. als $\frac{1}{2}$. R., so in Summa die Trigonal-Zahl ausmachet.

A. Demnach wollen wir die Pronic-Wurtzel beschauen, so da entstehet, wann zu dem Quadrat einer Zahl, als z. E. 6 mahl 6 sind 36. dieselbige Wurtzel als 6. addiret wird, kommt die Pronic-Zahl 42 deren Radix 6.

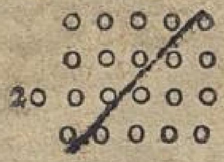
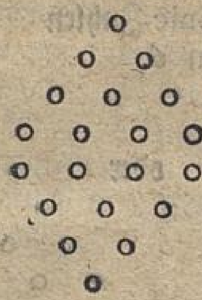
B. Droben bey den Trigonal-Zahlen, ist schon eine Figur zur demonstration von den Pronic-Zahlen gesetzet. Zu mehrer Erläuterung sollen folgende dienen.

Pronic-Zahlen
von 6.

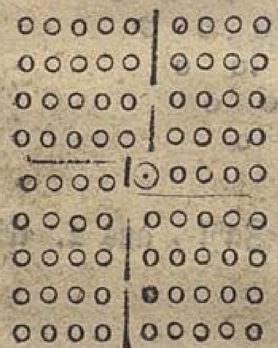
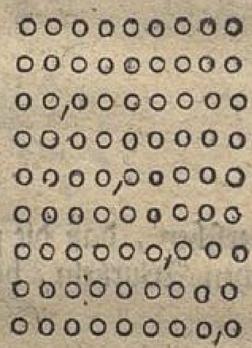
woraus zu ersehen, daß die pronic-Zahl, aus 2. trigonal-Zahlen von gleichen Wurtzeln, bestehe.

A. Die Extrahirung derselben geschicht von einigen Rechen-Meistern also: daß daraus Radix quadr. gezogen, und aus solcher Wurtzel und den rest jeden besonders die pronic-Wurtzel erhellet. Andere aber multipliciren die pronic-Zahl mit 4. und addiren 1., aus der Summe Radix quadrata extrahiret, von der kommenden Wurtzel 1. subtrahiret, und der rest in 2. getheilet, giebt auch die pronic-Wurtzel.

B. Es ist eine Selbst-Folge, daß die erste Manier eintreffen müsse, weiln so viel als die Wurtzel beträgt, in der Extraction auch übrig bleibet. Da aber in gebrochenen Zahlen es nicht wol zu trifft (wie droben bey den trigonal Wurtzeln erwehnet) so wird die 2te Manier gebrauchet so mit folgender Figur darzuthun und zwar wegen der pronic-Wurtzel von 4.


oder

20

4. mahl 20. + 1. sind 9. mahl 9.

1te Figur


2te Figur.

9 9+2. f.20., 7. 9. 4. f.20.
5. 9. 6. f.20., 3. 9. 8. f. 20 + 1

da in der ersten Figur 4. pronic- Zahlen (gleich wir droben 8. trigonal Zahlen bemercket) enthalten, darzu die in der mitten abgezirckelte o das Quadrat ausmachet. Wenn nun von der Wurtzel 9. 1. subtrahiret wird, zeiget der Halbscheid die verlangte pronic-Wurtzel als 4. *Item* wenn in der 2ten Figur die pronic-Zahl 20. 4. mahl genommen wird: (gleich in den trigonal Zahlen selbiger wegen 8 mahl geschiehet) bleibet drunten auch 1. über, so das Quadrat von der ungeraden Zahl 9. erfüllet. Und weil demnach die pronic Zahl ist 1. Zl + 1 R. so folget, so folget, daß die Helffte derselben, als eine Trigonal-Zahl sey $\frac{1}{2}$ Zl. + $\frac{1}{2}$ R. der Wurtzel-Zahl.

A. Noch ist anzuführen vergessen, aus welcher Progression die pronic-Zahl entstehe.

B.

B. Das ergiebt sich, wann man, gleich die Trigonal-Zahlen durch 1. 2. 3. 4. ꝛc. aufsteigen, zu der ersten Stette derselben als 1. noch 1. hinzu thut, da 2.+1. 2. sind, und dann ferner damit fortzugehen, als 2. 4. 6. 8. ꝛc., kommt allemahl in jeder Stette doppelt so viel, als in den Trigonal-Zahlen; wie aus folgenden Figuren erhellet.

pronic-Zahlen von 4.

4.	o o o o / o	1.		o	1.	2
3.	o o o / o o	2.	oder	o o	2.	4
2.	o o / o o o	3.		o o o	3.	6
1.	o / o o o o	4.		o o o o	4.	8
——		——		o o o o	4.	——
10	+	10		o o o	3.	20
				o o	2.	
				o	1.	
					——	
					20	

A. Nun folget wol endlich die Quadrat-Zahl selbst zu besehen, so daher kommt, wann eine Zahl mit ihr selbst multipliciret wird, als 4 mahl 4. sind 16. und 6 mahl 6. sind 36., da dann in dem ersten die quadrat-Wurtzel 4. und in dem letzten 6. ist.

B. Wenn die Wurtzel so viel mahl, als selbige sich beträgt, hingesetzet wird, kommt (wie aus obigen gemachten Figuren schon zu sehen) die Quadrat-Zahl, als:

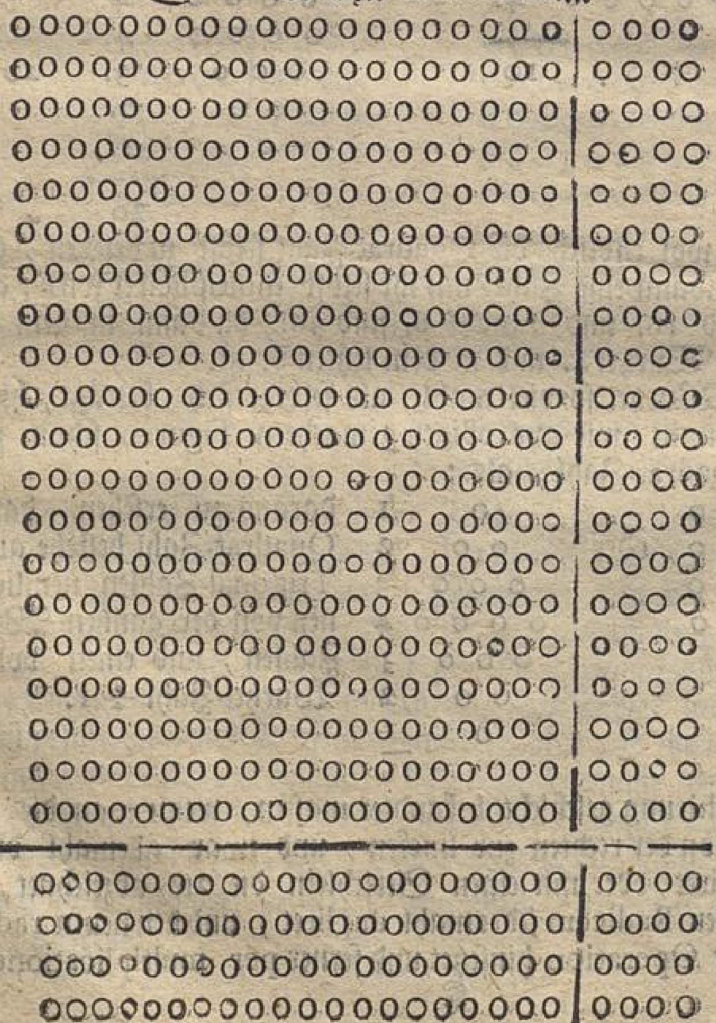
4.	o o o o		o	1	daraus zu ersehen daß ein
4.	o o o o	oder	o o	2	Quadrat-Zahl bestehe aus 2.
4.	o o o o		o o o	3	Trigonal-Zahlen nemlich ei-
4.	o o o o		o o o o	4	nen von der gantzen Wurtzel-
——			o o o	3	Zahlen, und einen von der
16			o o	2	Wurtzel-Zahl ÷ 1.
			o	1	
				16	

A. Die Extrahirung geschicht bekandter massen, wenn man die Quadrat-Zahl von der rechten zur lincken, und zwar allemahl die 3te Zahl punctiret, oder mit einen Strichlein die 2te abzeichnet, und den gefundenen Radicem jedesmahl dupliret, und den neuen radicem wieder in der Operation hinsetzet, und ferner per multiplicationem &

subtractionem verfähret, allermassen solches aus den Rechnen-Büchern zu lernen, als:

```
  |28|
4 |66| 56 (216
2 |44| 26
   4
  28  56
```

B. Wir wollen solches nur folgender massen mit Quadrat-Zahl von 24. als deren Quadrat-Wurtzel demonstriren.



```
  24          1 | 1         24
  24          5 | 76 (24    24
 ----         4 | 44       ----
   96                       16
  48                        80
 ----         24            80
  576         24           400
             ----          ----
             400           576
              80
              80
              16
             ----
             576
```

Nun fängt man von der grössten Stetten billig an zu extrahiren, nachdem die Quadrat-Zahlen abgetheilet, umb zu sehen wie viele Stetten in den Wurtzel-Zahlen kommen, massen die Stellen der Quadrat-Zahlen von der Wurtzel-Zahlen der Unitäten, nemlich bis 9. inclusive sich auf der Zehend-Stette respective extendiren, als 8 mahl 8 sind 64, und die Quadrat-Wurtzeln so in die Zehend Stette kommen, sich respectivè auf 1000 erstrecken, als 90 mahl 90 sind 8100. Dannenhero allemahl die 2te Zahl abgetheilet wird, und, so offt solches geschiehet, auch so viel Zahlen der Wurtzel heraus kommen. Nun ist in obiger Figur von 5., so 500. machen, die nechste Quadrat Wurtzel Zahl 2. so 20 bedeuten, bleiben nach der multiplication als 400. und selbiges Quadrat subtrahiret, übrig, von dem gantzen Quadrat, 2 complementa oder Ausfüllungen, als recht winckligte parallelogrammen, von 4. und 20., sind 80., gemachet, nebst dem kleinern Quadrat von 4. à 16. Weil nun, wie gedacht, 2. Ausfüllungen sind, muß die erste Wurtzel Zahl, als allhie 2., in der Operation dupliret werden, und zugesehen, wie vielmahl selbige in den complementis als den rest à 176, (worunter aber der kleinere quadrat mit begriffen,) können genommen werden, wird befunden 4., selbige mit sich selbst und die vorgedachte 4., so 40 bedeuten vermehret, kommt obiger rest, als 160., die complementa und 16 der kleinere quadrat, sind 176.

A. Wenn aber aus einer grössern Zahl, als wovon z. E. die Wurtzel in der Hundert-Stette kommt, als 144. mahl 144. sind 20736 die Wurtzel zu extrahiren.

x | xx |
2 | 07 | 36 (144
| 24 | 84
2

B. So käme, wenn mans in einer Figur setzen wolte, es wegen der Extraction also

144	100	=	100	
144	40	=	40	
	4	=	4	
10000				
4000			x | xx	
400			2 | 07	36 (144
4000			x | 24	84
1600			96	
160			2	36
16			xx	
20736				

und die Figur folgender massen:

10000	4000	400
4000	1600	160
400	160	16

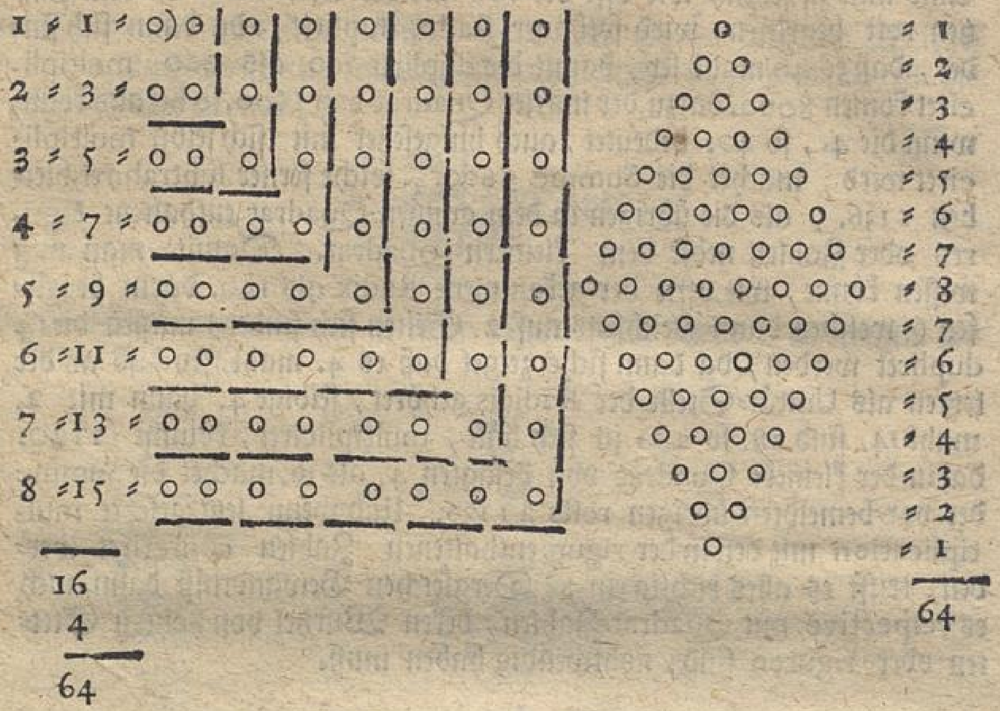
da dann zufoderst das grosse Quadrat von 100 mahl 100, sind 10000 sich ergiebt, bleiben übrig 2 mahl 4400, und das Quadrat von 44., worun-

worunter zufoderst das mittler Quadrat von 40., als 1600. steckt. Umb nun zu sehen, wie offt die 100 als der erste Radix in dem gantzen rest begriffen, wird sothaner Radix dupliret, da dann sich findet, daß es 40 mahl sey, damit die duplirte 100. als 200 multipliciret kom̃en 8000. darzu, der mittler Quadrat von 1600. so heraus kom̃t, wenn die 4., so 40. bedeutet, auch hingesetzet mit sich selbst multipliciret wird, machet die Summe 9600., solche ferner subtrahiret, bleiben 1136., als die übrigen in dem gantzen Quadrat enthaltene Figuren oder Zahlen nebst dem kleinern quadrat. Damit man nun wissen könne, wie offte der gekommene Radix als 140. darin begriffen (welches dann gleichfals auf 2. Seiten sich findet) müssen die 14 dupliret werden, da dann sichs zeiget daß es 4. mahl sey, so an der letzten als Unität-Stelle der Radicis gehöret, selbige 4. dann mit 2. mahl 14. sind 28. so 280 in sich hält, multipliciret, kommt 1120. darzu der kleinere Quadrat von besagten 4. als 16. machet die Summe der vor-bemeldten übrigen rests à 1136. Und wenn letzt-gesetzte multiplication mit den in der Figur enthaltenen Zahlen conferiret werden, trifft es alles richtig ein: Dergleichen Bewandtniß dann auch es respectivè mit Quadrat-Zahlen, deren Wurtzel von höhern Stetten oder Figuren sind, nohtwendig haben muß.

A. Was die Quadrat-Wurtzel der irregulären Zahlen betrifft, lassen wir, weil selbige Wurtzel nur bey nahe getroffen wird, also dieser wegen nicht weniger als der andern Zahlen, worin ein Bruch sich findet, die augenscheinliche demonstration noch fehlen wird, solche an die Seite gestellet seyn. Anitzo wirds nicht undienlich fallen noch zu bemercken, welche Progresion die Quadrat-Zahlen zum Fundament haben.

B. Die Quadrat- sonst Tetragonal- oder viereckigte Zahlen genandt, bestehen in einer Arithmetischen Progresion von 1, deren differentz 2., wie aus folgender Figur zu sehen.

Stellen oder Wurtzeln — Quadrat von 8, 1te Figur. — 2te Figur.



da dann aus der ersten Figur zu ersehen, wie durch solche Progression die Quadrat-Zahlen erwachsen, und jede Stelle auch eine Quadrat Zahl giebt, deren Wurtzel so viel beträgt, als die Stelle sich in ihrer Ordnung befindet. Und können durch sothane Progression die Quadrat-Zahlen weiter unendlich extendiret werden. Die 2te Figur beträgt eben so viel, als die erste: Und bestehet ob-erwehnter massen aus 2. trigonal-Zahlen, deren Wurtzeln umb 1. differiren. Die extension aber solcher 2ten Figur würde geschehen, wenn in der mittelsten Reyhe gerad-an allemahl eins hinbey gefüget, und ferner an die übrigen Seiten oben und unten in gerader Linie schräger Ordnung auch immer eins beygesetzet, welches dann, auch wenn man von den Trigonalen setzet, die oberste, 1., die nechstfolgende 2. und unterste 1., die obenfolgende 3. und unten-aufsteigende

2., sind 5. 4. und 3. sind 7. 2c. mit obiger Progression übereinkommt, so wol als die Summe derselben mit den Summen der beyden Trigonalen; auch wenn man setzet die oberste 1. und unterste 1. sind 2., 2 oben und 2 unten sind 4. 3 und 3 sind 6. 2c., also

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14. Summa 56.

darzu die mittelste 8. als die basis der Trigonal, addiret, kommt auch 64. als 8. mahl 8.: Massen das eine so viel als das andere in sich enthält.

A. Es ist solches von dem Herrn deutlich genug gegeben. Nun weil die Quadrata auch ihre media proportionalia, haben: so wollen wir selbige auch untersuchen; da dann zu wissen, daß selbige nach folgender massen können ausgesetzet werden; wann zuforderst bemercket, daß, das medium proportionale sich halte gegen der kleinesten Zahl, wie die grössete Zahl zu jenem; und selbiges gefunden werde, wenn die beyden quadrat-Zahlen miteinander multipliciret und aus dem product-Radix □ extrahiret oder die beyden Wurtzel-Zahlen mit einander multipliciret werden.

6
5 12
4 10 18
3 8 15 24
2 6 12 20 30
1 2 3 4 5 6 2c.

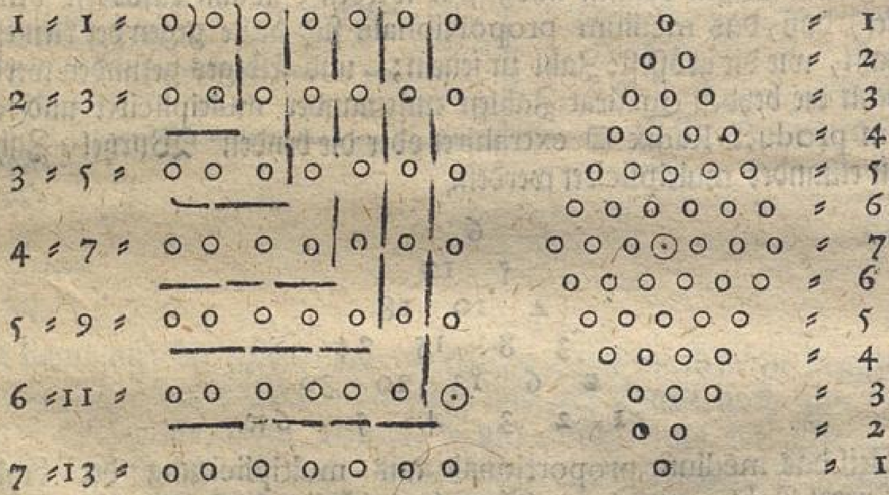
B. Weil das medium proportionale aus multiplicirung der beyden Wurtzel-Zahlen entstehet: So folget richtig, daß die proportion sich solcher gestalt verhalten müsse, als z. E.

	2	-	5	2	5
	2	-	5	$\frac{4}{10}\big\vert\frac{2}{5}$	$\frac{10}{25}\big\vert\frac{2}{5}$
	4	10	25		
item	3	-	5		
	3	-	5	$\frac{9}{18}\big\vert\frac{1}{2}$	$\frac{18}{36}\big\vert\frac{1}{2}$
	9	18	36		

zumahl, die Wurtzeln auch eben eine solche proportion gegen einander haben.

A. Wir wollen etzliche exempeln von Quadraten vor uns nehmen: Als eine Zahl zu finden, wenn man 12. darzu addiret oder davon subtrahiret, daß beydes mahl eine Quadrat Zahl komme? da dann in dergleichen Exempeln die Zahl, so addiret und subtrahiret werden soll, wie allhie 12., halbiret, und solche Helffte quadriret, und zum Quadrat 1. addiret wird. Nemlich $\frac{1}{2}$ 12, ist 6., mahl 6., 36 + 1 sind 37. Nun 37 ÷ 12. sind 25. eine Quadrat-Zahl, und 37 + 12. machen 49., gleichfals eine Quadrat-Zahl.

B. Durch folgende Figur soll es deutlich demonstriret werden.



Nun in der ersten Figur ist das abgezirckelte Zeichen bey dem Quadrat von 6. mahl 6. zu sehen, und in der Progression ist von 6. mahl 6. die letzte 11., darzu das beygesetzte Zeichen sind 12. als die Zahl von den 37. zu subtrahiren und die 7de Stette, als 13., davon 1., machet auch 12. so zu die 37 addiret werden muß, so, daß beydes mahl ein quadrat Zahl heraus kommt. Und in der 2ten Figur, worinn die mittelste Unität abgezirckelt, machen die mittelsten 6. und 5. nebst dem abgezirckelten in Summa 12. und die untersten 6. nebst den mittelsten 7. ÷ 1. auch 12.

A.

A. Wenn aber eine anderweitige differentz der Wurtzeln (massen gedachte Manier nur angehen kan in Wurtzeln so 2. differiren) beliebet wird, so muß dadurch die Zahl, welche addiret und subtrahiret werden soll, dividiret, der quotient quadriret und zu solchem quadrat der differentz Halbtheils quadrat addiret werden, als: ich will eine Zahl suchen worzu 16 addiret und davon subtrahiret beydes mahlen quadrat Zahlen geben soll, deren Wurtzel umb 4. differiren.

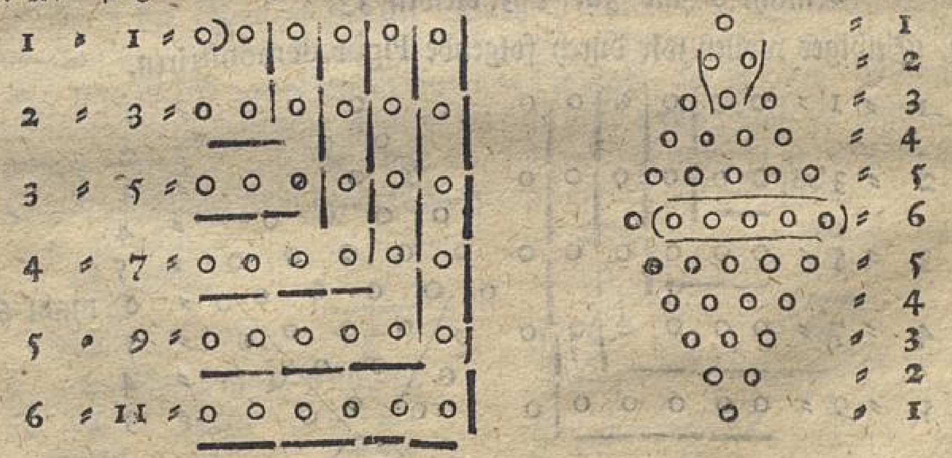
$\frac{1}{2}$ 4)
2
2
4

16
4) 4
4
16
+ 4
20

20
+ 16
36 qu. Z.
6 W.

20
÷ 16
4 qu. Z.
2 W.

B. Mit folgender Figur kan solches erläutert werden



da dann zu sehen, als dieser Grund viel deutlicher, als des Herrn erwehnte Regul, massen, wenn man also mit 8. operiret selbige Quadraten heraus kommen. In dieser Anweisung aber hat man zu vernehmen, wie nach der geschehenen Abtheilung man auf die

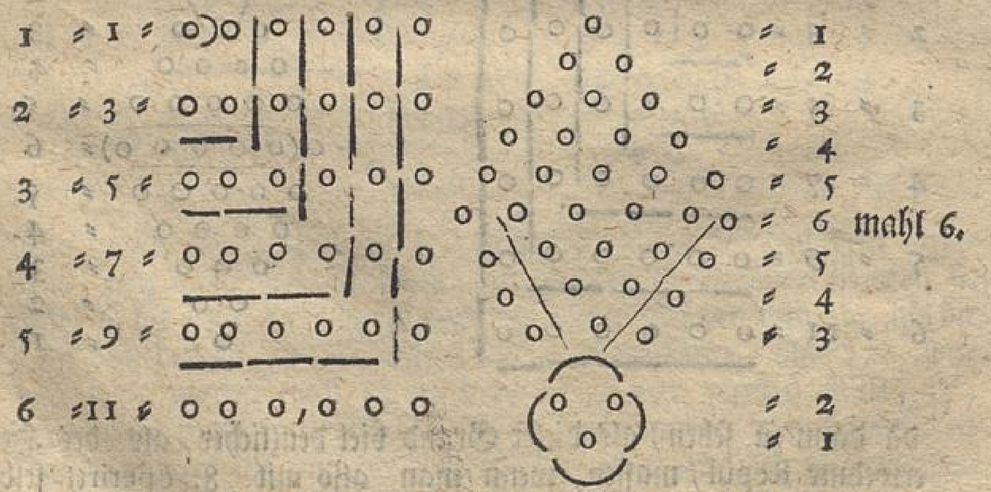
Progressions-und Stette-Zahlen Achtung geben müsse, und solchemnach etwa eine Regul oder Ausnahme formiren könne.

A. Das war eins. Aber auch folgendes wird nicht zu tadeln seyn, ich will eine Zahl erfinden, daß, wann man, 3. addiret, oder 8. subtrahiret, jedesmahl ein Quadrat komme. Wird verrichtet, wenn man die Zahlen, so addiret und subtrahiret werden sollen, addiret und darzu 1., von kommenden die Helffte quadriret und vom Quadrat die Zahl, so addiret werden soll, subtrahiret, bleibt die begehrte Zahl, als:

3. add.	33	33
8. subtr.	3	8
11	36	25
+ 1		
½ 12		

6 mahl 6. sind 36. ÷ 3. bleiben 33.

B. Selbiges wollen wir durch folgende Figur demonstriren.



Da dann in der Figur zu ersehen, daß die Zahlen, so addiret und subtrahiret werden sollen, die Progressions letzte Stette des Quadrats

drats von 6., ausmachen, und solche Zahl 6. entspringe, wenn die Summe der ersten und letzten Stette Zahl halbieret wird, weil solche Stette Zahl bestehet aus 2. mahl 6. sind 12. ÷ 1. Nun sothane Stette geschehener massen abgetheilet, muß das Facit als 33. kommen, welche Zahl nemlich, wann 3. addiret, und 8. subtrahiret wird, ohnfehlbahr eine Quadrat-Zahl giebt. Und in der 2ten Figur ist zu ersehen, das die unten abgezirckelte 3. das Quadrat von 6. ergäntzen, und wenn hergegen von den 33. zu beyden Seiten 4.(machen 2 mahl genommen die abgezeichnete 8.) abgenommen werden, accurat auch das quadrat von 5. bleibe.

A. Es ist solches richtig vor Augen geleget. Weil aber auch von Wurtzeln (massen wie erwehnte Manier nur Wurtzel-Zahlen giebt, deren Differentz 1. ist) anderweitiger Differentz konte die Frage seyn: so ist zu wissen, daß von der Differentz der quadrat-Zahlen (das ist, von der Summe der Zahlen, so addiret und subtrahiret werden müssen) der Quadrat-Zahlen Wurtzeln differentz Quadrat, müsse abgezogen, der rest durch der Wurtzeln differentzes duplat dividiret, und zu des Quotienten quadrat die Zahl, so in der Aufgab zu subtrahiren bestimmt addiret werden; als: eine Zahl zu suchen, welche, wann 5. addiret, und 16. subtrahiret werden, jedesmahl Quadrat-Zahlen giebt, deren Wurtzel differentz 3. betreffend

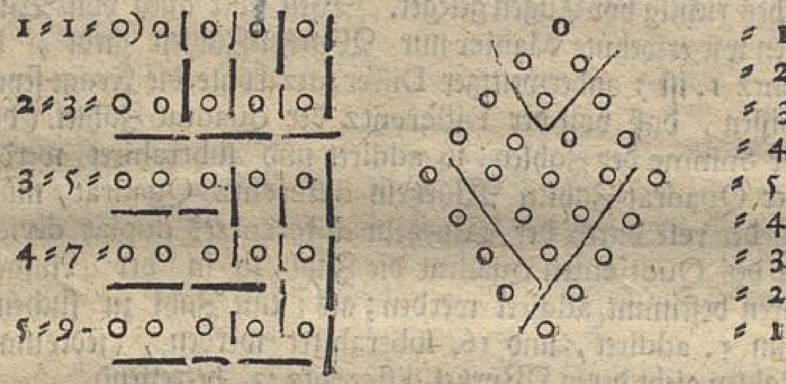
5. add.	3	20	20
16. subtr.	3	5	16
21	9	√25	√4
$\frac{3}{2}$ 9 Nun 2 mahl 2 sind 4.		5 ÷	3 - 2
6) 12 darzu	16		
2	f. 20		

Es kan auch sonst durch folgende Manier angehen:

5 zu add.	3. diff.
16 subtr.	2 dupl.
6) 21	6
	$\frac{1}{2}$) 3 diff.
$\div 3\frac{1}{2}$	
$1\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{2}$

2 quadr. 4. + 16. f. 20.

B. Wir wollen solches auch durch eine Figur zu declariren nicht ermangeln.



Nun ist in der Figur zu ersehen, daß die Zahlen, so addiret und subtrahiret werden sollen, sich ein Quadrat von 4., als 16., nebst der einen Seite des Quadrats von 5., nemlich 5. Summ: 21., betrage. Oder 5. mahl 5 ÷ 4. davon der Differentz Quadrat, als 9., abgenommen, bleiben 12. solche durch der differentz duplat (welches erscheinet, wenn die 2te Progressions-Stelle, von der 5ten subtrahiret wird, nemlich 3 von 9. bleiben 6.) als 6, dividiret, kommen 2, wovon das Quadrat sich 4. beträgt; darzu 16., als die Zahl welche subtrahiret werden soll, (und aus der 3ten und 4ten Stelle nebst der 5ten Stelle bis an die eine Reyhe, bestehet) kommen 20, die begehrte Zahl. Und ist in der nebenstehenden Figur zu sehen das abzeichnete.

zeichnete Quadrat 4., wie auch die abgezeichnete 5., als eine Reihe deren Quadrats, da dann, wann auch die andere daran stossende Reihe à 4. von dem gantzen Quadrat abgenommen wird, 16. bleiben, worin, das quadrat von 2., als 4., begriffen und selbige abgenommen, 12. restiren.

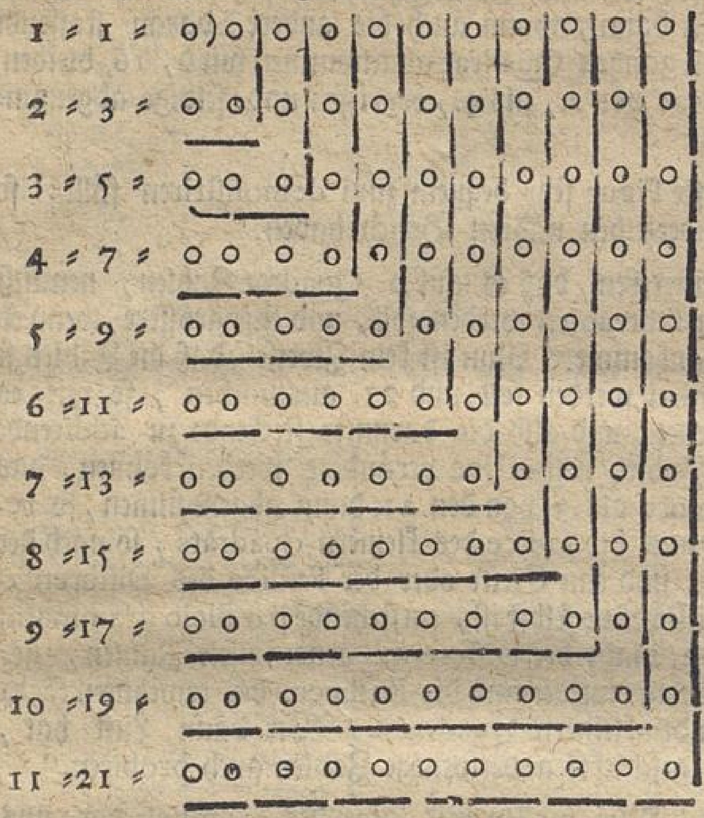
A. Aber! weil die erste Figur sehr bequem zum demonstriren fällt: so mögt ich wol von derselben nähern Bericht haben.

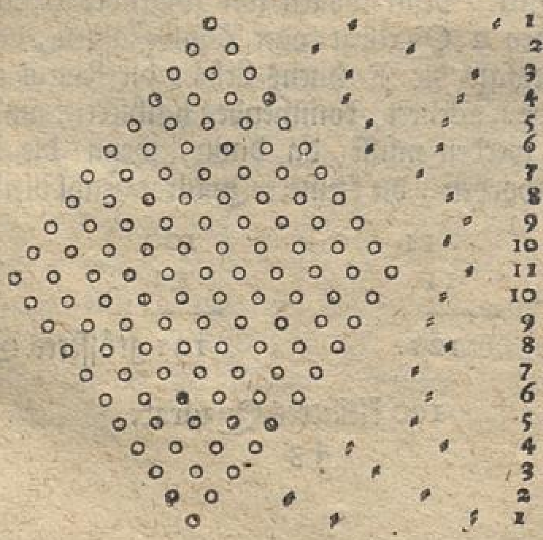
B. Zufoderst ist zu bemercken, daß es auf 2. Quadrat Zahlen, nemlich eine kleinere, wann subtrahiret werden soll, und eine grössere, wenn es ans addiren gilt, ankomme. Nun ist kein Zweifel, daß die Zahlen, so addiret oder subtrahiret werden soll, und 21. ausmachen, so wie es nur beliebig, vertheilet, und also die darunter steckende zu addirende oder subtrahirende Zahlen respectivè verändert werden können, das Quadrat der differentz als 3. von den 21. dann abgenommen, so restiren ja die beyden aus der radice des kleinern quadrats, so nach der subtraction bleibet, und eine Seite oder der Radice des Differentz-Quadrats, so die Differentz selbst ist, entstehende parallelo grammata, selbige nun, durch 2. mahl der Differentz genommene Zahlen, getheilet, gibt nohtwendig wiederumb die Radicem des erwehnten facta subtractione bleibenden kleinern Quadrats. Wer dann Lust hat, kan es durch darzu geschickte anderweitige Zahlen auch probiren.

A. Rem acu tetigisti. Nun wollen wir folgendes exempel vor uns nehmen. Suchen 2. Qnadrat-oder Zensi-Zahlen, deren Differentz 21. beträgt; wesfals die Rechnens-Lehrer die Regul anweisen, daß zu der difference 1. addiret, kommendes halbieret, und solch halbes Theil quadriret werden müsse, da dann, wenn die Differentz davon subtrahiret worden, die kleinere Quadrat-Zahl bleibet, als;

21	11	100
1	11	21
$\frac{1}{2}$ 22	121	121 grösseres quadrat.
11	100 kleineres Quadrat.	

B. Durch folgende Figur wil ich solches darlegen





zu geschweigen dann, daß die letzte Stelle die Differentz in sich enthält: so ist aus der addition der Progression bekandt, daß die erste und letzte Stelle addiret, so viel machet, als die 2te und nechst der letzten Stelle, rc. und endlich in der mitten 11. allein bleibet, welche dann, wann selbige auch 2. mahl genommen wird, auch 2. mahl so viel als die Zahl aller Stetten sich beträgt; und in der letzten Stelle ist, die eine Reyhe umb 1. mehr als die andere, daß demnach, die letzte Stette + 1. halbmahl genommen, die Radicem des Quadrats giebt. Nun die letzte Stette davon abgenommen, restiret das andere kleinere quadrat. Und in der nebenstehenden Figur, wenn die mittlern 11. und nechst-folgende 10., machen zusammen 21., abgenommen werden, bleibet das quadrat von 10.

A. Wie nun solches alles nur von Quadrat-Zahlen, deren Wurtzel-Differentz 1. anbeträgt, mag verstanden werden, so wird auch zu untersuchen seyn, wie zu verfahren, wenn eine andere Differentz beliebet worden, wovon man die Regul hat, daß die Differentz der Quadrat-Zahlen, durch der Wurtzel Differentzes duplat dividiret, und vom Quotienten der Wurtzeln halbe Differentz subtrahiret, und folglich der rest quadriret werden müsse, alsdann die kleinere Quadrat-Zahl kommt, darzu die Differentz, der Quadrat-Zahlen addiret, kommt das grössere Quadrat: als

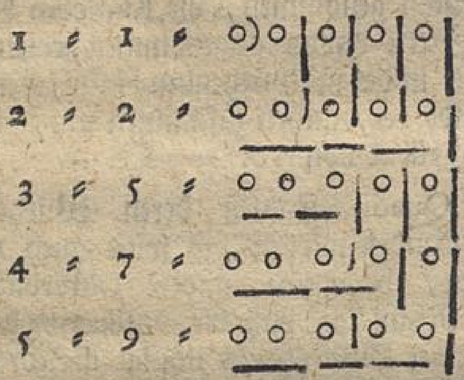
6) 21. diff. der Quadr. Zahlen. 3. diff. der Wurtzeln 3
2 dupl. $\frac{1}{2}$)
—— ——
$3\frac{1}{2}$ 6 $1\frac{1}{2}$
÷ $1\frac{1}{2}$
——
2. quadr. 4. kleinere Quadrat + 21. grösseres Quadrat à 25

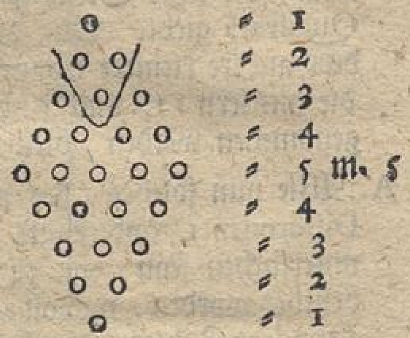
B. Es hat der Herr in nechst-vorhergehenden Exempel selbst erwehnet, daß es einerley sey, wenn das quadrat der Differentz der Wurtzeln subtrahiret, und der rest durch der Differentz duplat addiret wird, oder die Zahl der Differentz der Quadrat-Zahlen durch das duplat der Wurtzeln dividiret, und vom Quotienten die Helffte der Wurtzeln Differentz subtrahiret wird; Denn wenn,

21 ÷ 9. durch
6) dividiret wird, kommen

$3\frac{1}{2}$ ÷ $1\frac{1}{2}$

Zumahl $\frac{1 \text{ Zl.}}{2 \text{ R.}}$ gleich $\frac{1}{2}$ R. Nun will ich setzen folgende Figur.





Und hat es hier dieselbige raison, wie in vorgedachten Exempel: nur daß darinn die Differentz getheilet wird. Auch bleibet in nebenstehender Figur, wann das kleinere Quadrat abgetheilet, die Differentz 21.

A. Es wird dem Herrn nicht ungefällig seyn, wann wir uns itzo zu den Cubic-Zahlen wenden, so daher entstehen, wann ein Quadrat wiederum mit dem Radice multipliciret wird, als 4. mahl 4. sind 16. mit 4. sind 64. Und 6. mahl 6. sind 36., mit 6. sind 216.

B. Weil die Cubic-Zahl eine Cörperliche Figur, dahergegen die Quadrat-Zahlen nur die Fläche oder superficiem, betrachten; so kan die Cubic-Zahl in folgende Quadrat Figur gesetzet werden, als:

16.	=	4. 4. 4. 4	
16.	=	4. 4. 4. 4	
16.	=	4. 4. 4. 4	
16.	=	4. 4. 4. 4	
4 mahl 64.			

4.	=	4
4. 4.	=	8
4. 4. 4.	=	12
4. 4. 4. 4.	=	16
4. 4. 4.	=	12
4. 4.	=	8
4.		4
		64

Und wie in den quadrat-Zahlen die Zeichen nur 1. bedeuten: so ist in den Cubic-Zahlen jedes Zeichen oder Zahl der Radix des Quadrats; gleich dann von Cörperlichen Trigonal=oder Pronic=Zahlen, wie aus nebenstehender Figur zu ersehen, selbiges auch also zu verstehen seyn würde.

A. Die Extraction geschicht bekandter massen, daß die 4te Zahl punctiret, oder die 3te mit einem Strichlein abgezeichnet, wird der gefundene Radix und deren Quadrat jedesmahl tripliret, und dann mittelst solchen directorii und multiplication des neuen Radicis und derselben Quadrat, auch folgender der Subtraction, ferner verfähret, als:

```
     x
     x4   789
     4x | 063(628( 345
     27 |
     4  =  27
    16  =   9
   ---------------
          108
          144
   Cub.    64
   ---------------
        x2304
     5  =  3468
    25  = +102
   ---------------
         17340
          2550
   Cub. =  125
   ---------------
       x789628
```

B. Wir wollen es nur umb Weitläufftigkeiten zu verhüten, folgender Gestalt mit der Cubic-Zahl von 12., (als der Wurtzel) darthun:

Cubic von 12 mahl 12.

12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.
12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.
12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.
12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.
12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.
12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.
12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.
12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.
12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.
12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.
12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.
12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.	12.

12
12
———
24
12
———
288
144
———
1728

x | 728 (x2.
x |
2. = 3
4 = 3
———
6
12
Cub. 8
———
728

10. = 10
2 = 2
———
10 = 100
2 = 20
20
4
———
1000
200
200
40
200
40
40
8
———
1728

Weise

Weiln nun die Zehend-Stetten der Wurtzel sich in Cubo wenigstens auf 1000. erstrecken &c., so kan man bey der Abtheilung leicht sehen, wie viel Stetten die Wurtzel sich betrage. Vorerst kommt dann das Quadrat von 10., welches 10. mahl 10., mahl 10. also einen Cubum in sich enthält, sind 1000., deren Radix 10. Da nun besagte Quadrat Figur überdem noch an jeder Stette eine Zahl in sich enthält, welche so groß, als so viel mahl Reyhen an beyden Seiten von der gantzen Figur noch übrig bleiben; und dann jeder solcher Reyhen nach den Cubischen Einhalt an Zehend-Zahlen so viel begreifft, als vielmahl selbige von dem besagten Quadrat begriffen werden, das ist zu sagen: So viel als selbiges Figuren hat; so kommt es daher, daß das Quadrat des gefundenen Radicis, müsse mit 3. vermehret, und das Product mit der gedachten übrig seyenden Zahl als der neuen Wurtzel multipliciret werden. Indem auch weiter selbige Zahl in denen besagten übrigen Reyhen, und zwar an jeder Seite so offt, als die unten stehende kleinere Quadrat Figur die gefundene radicem cubice in sich enthält, begriffen ist; so folget, daß der neuen Wurtzel Quadrat mit der vorigen Wurtzel multipliciret, und das Product 3. mahl genommen, oder (welches auf selbiges hinaus läufft und einerley facit bringet) der vorigen Wurtzel triplat mit dem Quadrat der neuen Wurtzel vermehret, und endlich der mehr erwehnten übrigen Zahl-Cubic, als welcher in dem kleinern Quadrat auch enthalten, zu der Summe addiret werden müsse, da dann das übrige der Cubic-Zahl herauskommt. Und wird es also in der Operation heissen sollen.

$$\begin{array}{r|l} \cancel{1} & \cancel{7}\cancel{2}\cancel{8}\ (12 \\ \cancel{1} & \cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} \end{array}$$

2		100
3	,	,
6	,	,
4.		
10		
40	3	
		600
		120
		8
		$\cancel{728}$

oder

$$\begin{array}{r|l} \cancel{1} & \cancel{7}\cancel{2}\cancel{8}\ (12 \\ \cancel{1} & \cancel{0}\cancel{0}\cancel{0} \end{array}$$

2.	,	300
4.	,	30
		600
		120
		8
		$\cancel{728}$

A. Wenn aber aus einer grössern Cubic-Zahl deren Wurtzel z. E. in der Zehend-Stette; kommt, selbige Wurtzel zu extrahiren, als: aus 2985984 ist R. Cub. 144.

B. So wurde es wegen der Extraction folgender Gestalt heraus

100 = 100
40 = 40
4 = 4

---

100 = 10000
40 4000
4 400
4000
1600 1 | 241 |
160 2 | 985 | 984 (144
400 1 | 000 | 000
160 40 = 30000
16 16000 = 300

1000000 1200000
400000 480000
40000 64000
400000
160000 174400
16000 4 = 58800
40000 16 = 420
16000
1600 235200
400000 6720
160000 64
16000
160000
64000 241984
6400
16000
6400
640
40000
16000
1600
16000
6400
640
1600
640
64

Summa 2985984.

und die Figur etwa also zu stehen kommen.

40 mahl
144. m. 100

1440000.	(1 1000000 400000 40000	(2 400000 160000 16000	(6 40000 16000 1600	44 mahl 100.m.44.
	1440000	576000	57600	
40.m.144.m.100.	(3 400000 160000 16000	(5 160000 64000 6400	(8 16000 6400 640	4 mahl, 44. mahl 140.
	576000	230400 40 m.144 mahl 40.	23040	
	(4 40000 16000 1600	(7 16000 6400 640	(9 1600 640 64	
4 mahl	57600	23040	2304	
	144 mahl 100.	4 mahl 144 mahl 40.	16 mahl 144.	

da dann bey der Extraction zufoderst kommt der grosse Cubus von 1000000. bleiben von solcher Quadrat-Figur übrig 440000. worunter 400000 stecken, so auch in der 2ten und 3ten Figur oder Abtheilung enthalten, machen 120, mahl 10000., darzu 100. mahl 4800, so in der 2ten, 3ten und 5ten Figur begriffen, und darzu, die Summe von 40 mahl 1600., sind 64000. auch in der 5ten Figur, welches alles wann addiret, und sothane Summe subtrahiret, die 2te Operation aus-

ausmachet. Dann 12. mahl 140. mahl 140., so der letzte in der 1ten, die erste in der 4ten und 5ten, item die 3te in der 3ten, die andere in der 4ten und 6ten, auch die 1te in der 7den und 8ten, imgleichen die 3te in der 5ten, und 2ten Reyhe, in der 7den und 8ten Figur, betragen, weiter 48 mahl 120., so die 3te in der 4ten und 5ten, und die 1te in der 9ten, auch die 3te in der 7den und 8ten, imgleichen die 2te Reihe in der 9ten Figur, in summa sind, darzu die 3te Reihe in besagter 9ten Figur oder Abtheilung, als der Cubus von 4. machet in der 3ten Operation der übrige rest. Es ist aber zu beobachten, daß, wie vorhin schon erwehnet, es in der Operation auf eins hinaus komme, ob die neu-gefundene Radix und deren Quadrat, oder die producta, so respective von der neuen Radice, und der vorigen Radicis Quadrat, und der neuen Radicis quadrat mit der vorigen radice, kommen, (als welche sonst eigendlich zu der demonstration dienen) oder die vorige Wurtzel und deren quadrat tripliret werden.

A. Es ist dann deutliche Anweisung des Cubi wegen geschehen! Allein! ich mögte gerne etwas nähern Bericht haben, worinn eigendlich in der Operation der vorige Radix und deren quadrat tripliret wird.

B. Es geschiehet wegen letztern darumb, daß man die neuen radicem ohngefehr finden könne, denn selbiger sich so viel beträgt, als oft der vorige Radix in denen nach den erstern Operationen und Subtractionen gebliebenen resten enthalten ist: als z. E. in dem obgedachten Cubo von 12. ist das triplat des quadrats der vorigen radicis, als 300., in dem rest à 728., 2 mahl begriffen, welche 2. der neue Radix ist. Nun die 2. mit den 300 multipliciret, und von dem besagten Rest abgezogen, bleiben noch 128. worinn der vorigen Wurtzel triplat so vielmahl begriffen, als derselben neuen Wurtzel Quadrat sich beträgt, so daß der Cubus von derselbigen neuen Wurtzel noch accurat bleibet.

A. Man hat auch in den berühmten Rechen-Büchern ein gewisses Täffelein, worinn man die Zahlen und deren Benennung finden kan, so zu den Directoriis, welche bey Extrahirung derer Wurtzeln gebrauchet werden, erfoderlich, es erwächst aber solches Täffelein, wenn ich 1 R. + 1. mit 1 R. + 1., und ferner das Product mit 1 R. + 1. und so weiter, multiplicire. Da dann wegen des Quadrats kommt 1 Zl. + 2 R. + 1., anzudeuten, daß der Radix jedesmahl dupliret werden

werden müsse. In dem Cubo aber wenn es nemlich nochmahls mit 1 R. + 1. multipliciret wird kommt 1. Œ. 3. Zl. 3. R. + 1., der Bedeutung, (welche in den beeden mittelsten Zahlen stecken) daß bey Extrahirung der Cubic-Wurtzel der vorige Radix und deren Quadrat müsse tripliret werden, u. s. w.

B. Es ist nicht nur aus den Progressionen der Quadraten, wovon droben Figuren angewiesen sind, bekandt, daß wenn zu ein Quadrat 2. mahl die Wurtzel + 1. gethan werde, sodann ein quadrat komme, dessen Radix umb 1. mehr denn des vorigen. Sondern auch, wenn man eine Zahl nimmt + 1. und solche obgedachter massen mit sich selbst vermehret, kommet 1. Zl. + 2. R. + 1. als der Quadrat, dessen Radix umb 1. sich mehr beträgt, als:

$$\begin{array}{rr} & 8+1 \\ & 8+1 \\ \hline & 8+1 \\ 64+8 & \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & 1\,R.+1 \\ & 1\,R.+1 \\ \hline & 1\,R.\quad 1 \\ 1\,Zl\;1\,R. & \\ \hline \end{array}$$

64+16+1. so viel 1Z+2R.+1.

als 1 Zl+2.R+1 machet 81. deren Radix 8 + 1. sind 9.

Nun eine Zahl genommen, so z. E. an der Zehend-Stette kommt, als 20. und darzu eine an der Unität-Stette, nemlich 4., sind 24.

$$\begin{array}{rrr} & 20 & +\;4 \\ & 20 & +\;4 \\ \hline & 80 & 16 \\ 400 & 80 & \\ \hline 400 & +\;160 & +\;16 \end{array}$$

Da dann die grösseste Zahl das Quadrat von der Zehend-Zahl, und die folgende 2 R. mahl der Zehend-Zahl mahl die Zahl, so an der Unität-Stelle gehöret, und die 3te der Zl. von der Zahl, so an der Uni-

Unität=Stelle stehet. Daher kommt es, wie bey Operirung der Extraction zu sehen, daß die neu=gefundene Radix an der Zehend= oder Hundert=Stelle, falls eine vorhanden, dupliret werden müsse, als:

```
 x | x
 8 | 76 ( 24.
 4 | 00
     40
    x60
      4
     x6
```

A. Und in dem Cubo findet man das Directorium, wie gedacht wenn es noch einmahl mit 1. R. + 1. multipliciret wird.

B. Wir wollen wieder setzen, und cubice multipliciren,

```
          1 R. + 1        und        8 + 1
          1 R. + 1                   8 + 1
       ---------------            ----------
          1 R. + 1                   8    1
   1 Zl. + 1 R.                 64.   8
   ----------------------      ---------------
   1 Zl. + 2 R. + 1             64 + 16 + 1
          1 R. + 1                   8 + 1
   ----------------------      ---------------
   1 Zl. + 2 R. + 1             64   16   1
1 C. + 2 Zl. + 1 R.         512 128    8
------------------------------------------------
```

1 C. + 3 Zl. + 3 R. + 1 sind gleich 512 + 192 + 24 + 1. in Summa 729. als der Cub. von 9.

weiter:

```
                 20 + 4
                 20 + 4
                ---------
                 80   16
        400      80
       ----------------------
        400 + 160 + 16
                 20 + 4
       ----------------------
        1600   640    64
  8000   3200   320
  -------------------------------
  8000 + 4800 + 960 + 64
```

so

so gleich sind 1. œ. der Zehend-Stette; und 3. Zl. derselben Stette-Zahl mahl die Zahl, so an der Unität-Stelle stehet, und 3 R. der Zehend-Stelle mahl Zl. der Unität-Stette-Zahl, nebst dem œ. der letzgedachten Unität-Stetten-Zahl.

Und solches findet sich auch bey der Extraction der gesetzten Cubic-Zahl,

8000
4800
960
64
―――
13824

~~8~~ |
~~1~~~~3~~ | 8~~2~~~~4~~ (24
8 | ~~000~~

400
3
―――
4. - 1200
- 20
- 3
―――
16 - 60
―――
4800
960
+ 64
―――
~~1~~8~~2~~~~4~~

da dann dieselbige Zahlen, so oben gesetzet, kommen.

Woraus man dann einfältig abnehmen kan, daß der Grund der Extractionen in der nerveusen Algebra beruhe: Auch vorher die Directoria, und deren Zahl und Bedeutung kommen; nemlich, warumb man in der Cubischen Extraction mit dem tripliren, und sonsten also verfähret: item was vor einen Grund es habe, daß die directorischen Zahlen und deren Bedeutung erwachsen, wann 1 R + 1. so viel mahl, als die zu extrahirende Zahl aus der Wurtzel-Multiplication entspringet, multipliciret wird; Auch endlich warum die mitlern Zahlen und derselben Bedeutung solcher Multiplication das Directorium machen.

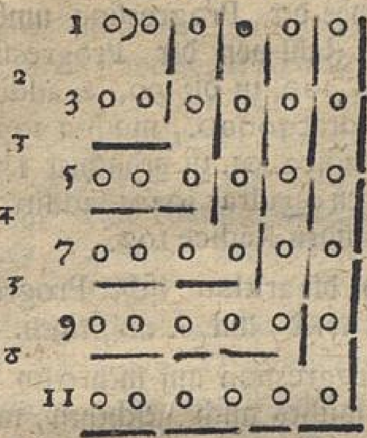
A. Was die Extraction der Cubic-Wurtzel aus dem irregularen-Zahlen, so keine vollkommene Cubic-Zahlen sind, belanget, da dann der gefundene Radix (gleichwie selbiger in den irregularen Quadrat-Zahlen, dupliret, und 1. addiret deu Nenner, und der gebliebene rest den Zehler giebt) quadriret, und zum Quadrat die Wurtzel addiret, kommendes tripliret, und 1. addiret, den Nenner, und der in der Extraction gebliebene rest den Zähler anweiset, auch so wol in den Quadrat-als Cubic-Zahlen die Wurtzel in 10.100.1000. und höhern Theilen gesuchet werden kan: So wird man sich nicht dabey aufzuhalten haben, weil es alles nur bey nahe zutrifft, also die augenscheinliche Demonstration fehlen mögte. Nur wäre zu erwegen; ob die Cubic-gleich den Trigonal-Pronic-und Quadrat-Zahlen, auch durch eine Progression aufsteigen. Und zwar will ich mon Amy nicht verhalten, was ich in des Weyl. Braunschweigischen Mathematici Herrn Ludwig Johann Rustens Calender de Anno 1710. gelesen, daß die Cubic-Zahlen entstehen aus der Addition ihrer Differentzen, welche erwachsen durch zu Addirung einer ordentlichen natürlichen aufsteigenden Arithmetischen Progression von geraden Zahlen, die mit 12. anfänget, und mit der Differentz 6 continue aufsteiget, wie aus folgenden zu sehen

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Cubic-Wurtzel-Zahlen.
1.	8.	27.	64.	125.	216.	Cubic-Zahlen.
7.	19.	37.	61.	91.		Cubic-Zahlen Differentzen.
12.	18.	24.	30.			Arithmetische Progression von geraden Zahlen.
6.	6.	6.				Arithmetische Progression Differentzen.

und solcher Gestalt kan es weiter in infinitum extendiret werden.

B. Wir haben droben schon gewiesen, welcher Gestalt die Quadrate entstehen aus der Progressione Arithmetica von 1. anfangend, und durch die Zahl 2. aufsteiget, als:

2=1 = 1 = 1 =
2=3 = 4 = 2 =
2=5 = 9 = 3 =
2=7 = 16 = 4 =
2=9 = 25 = 5 =
11 = 36 = 6 =



Diese Zahlen bedeuten:

1. 2. 3. 4. 5. 6. Quadrat-Wurtzel-Zahlen derselben und
2. 3. 4. 5. 6 der Progresſion Differentz.
1. 3. 5. 7. 9. 11. Arithmetiſche Progresſion.
2. 2. 2. 2. 2. Progresſionen Differentzen.
1. 4. 9 16. 25. 36. Quadrat-Zahlen deren Differentz die gedachte arithmetiſche Progresſion von ungeraden Zahlen.

da dann zu erſehen, daß die Zahl 1. oder die Unität, ſo wol die Quadrat-Wurtzel- als die Quadrat-Zahl, imgleichen die erſte Stelle der arithmetiſchen Progresſion, wodurch die Quadrat-Zahlen erwachſen, ſey und bleibe der übrigen Wurtzel-Zahlen Quadrat aber ſteigen durch die Progresſion ordenttich auf. Dergeſtalt kan man eine Quadrat-Taffel unendlich extendiren.

A. Monſieur nehme nicht mißfällig auf, daß ich Ihm in die Rede falle: Wenn nun z. E. die quadrat-Taffel bis auf 100. hinaus reichte, und ich wolte ſelbige ferner extendiren durch die addition der Progresſion.

B. So weiß man ja, daß die Wurtzel der Quadrat-Zahl, und die Stette der Arithmetiſchen Progresſion eins oder einerley ſey. Nun iſt von dem quadrat-Zahl 10000. beydes 1000. darzu 99. (maſſen in obiger Figur die eine Reyhe der Progression umb 1. weniger) sind 199., als die letzte Stette Zahl von der Progression, woraus ein Quadrat kommt, deren R. 100. zu die 199. 2. addiret, sind 201., selbige zu dem vorigen Quadrat 10000., machen 10 201. als das Quadrat von der folgenden Radice 101. zu gedachter 1iten Stette 2. sind 203. welche zu dem vorigen quadrat 10201. addiret, machet das Quadrat 10404. von der folgenden Radice 102.

A. Warumb aber solte wol die arithmetische Progression, so in der Cubic-Zahlen gebrauchet wird, mit 6. aufsteigen.

B. Man kan sich solche Progression auf mehrerley Manier vorstellig machen. Und zwar kan solches auch geschehen, wenn man eine Figur nach obgedachten Quadrat Figuren dahin setzet, als mit o oder 1. so Unitäten bedeuten.

IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII
IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII
IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII
IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII
IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII
IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII	IIIIII

Wenn ich nun so offt ein neuer Cubus kommen soll, allemahl bey denen vorigen Stetten 1. bey 1. und die übrige auch aussetze; giebt es folgende Zahlen

1. 2. 3. 4. 5. 6.
1. 8. 27. 64. 125. 216.

1. (3) 4. (5) 9. 7. 16. 9. 25.

$\frac{6}{7}$ $\frac{9}{12}$ $\frac{15}{19}$ $\frac{13}{18}$ $\frac{28}{37}$ $\frac{12}{24}$ $\frac{45}{61}$ $\frac{21}{30}$ $\frac{66}{91}$

Da dann aus Beysetzung jedesmahl 1. Unität, Quadrat-Zahlen kommen, so, oberwehnter massen, durch eine Progression, deren Differentz 2., aufsteiget,

als:
$$\begin{matrix} & 2 & & 2 & & 2 & \\ 3 & & 5 & & 7 & & 9 \end{matrix}$$

Und

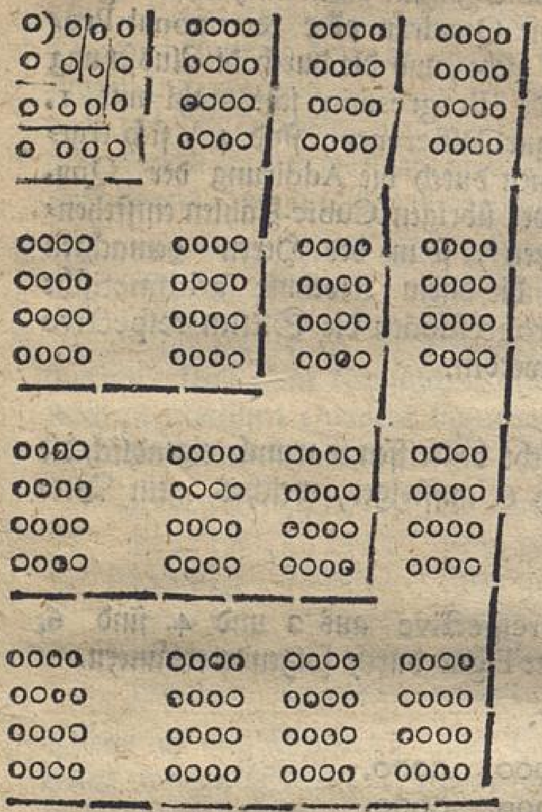
Und die jedesmahl ausgesetzten Cubic-Zahlen geben auch eine Progression, deren Differentz (weiln die Quadrat oder tetrogonal Progression schon 2. zur Differentz giebt, und die durch die Aussetzung der neuen Cubic-Zahlen-kommende Progression jedesmahl mit 1. vermehret worden, also noch 2. zur Differentz, sind 4., sich ergeben) 4. in sich hält. Und kommen durch die Addirung der Quadrat- und der durch Aussetzung der übrigen Cubic-Zahlen entstehende Zahlen, die Cubic-Differentzen, so in des Herrn gemachten Schemate enthalten; imgleichen die darin erwehnte arithmetische progression wann in beyden Progressionen die Stetten respective jedesmahl zusammen, addiret werden.

A. Allein! ich kan in der Eile nicht begreiffen, warumb eigendlich die Arithmetische Progression durch 6. auffsteiget, welches mein Verlangen war, zu wissen.

B. Es bestehen die Differentzen ja respective aus 2 und 4. sind 6. Doch will ich auch meine gesetzte Figur durch folgende erläutern.

1.	8.	27.
0.	00. 00.	0000. 0000. 0000.
	00. 00.	0000. 0000. 0000.
		0000. 0000. 0000.
		0000. 0000. 0000.
		0000. 0000. 0000.
		0000. 0000. 0000.
		0000. 0000. 0000.
		0000. 0000. 0000.
		0000. 0000. 0000.

64



125

5
5 5
5 5 5
5 5 5 5
5 5 5 5 5 umb
5 5 5 5 Raum
5 5 5 zu gewin=
5 5 nen mit
5 Ziffern geſe=
tzet, in dieſer Figur.

6
6 6
6 6 6
6 6 6 6
6 6 6 6 6
6 6 6 6 6 6
6 6 6 6 6
6 6 6 6
6 6 6
6 6
6

A. Damit wird der Herr anzeigen wollen, daß, wann zu den vorigen Quadrat-Figuren von Cubic-Zahlen jedesmahl, 1. bey jedem Zahl beygeſetzet wird, ſolche Beyſetzung eine Quadrat=(deren Progreſſions-Differentz 2.) und die übrige Ausſetzung der folgenden Cubic-Wurtzel=Zahlen, die übrigen Zahlen ausmachen, deren Differentz 4.

B. Das iſt meine Meinung. Man kan ſichs auch alſo vorſtellen, als wann ich Cörperliche Figuren oder Stücke vor mir habe, da dann zu wiſſen, daß, ob zwar von 1., wann ſolches quadriret, und weiter cubice multipliciret wird, allemahl nur 1. komme und bleibe, dennoch die Bedeutung in Cörperlichen Stücken nicht einerley ſey. Denn es iſt bekandt, daß, wenn ich eine Cörperliche Cubic-Figur vor

vor mir habe, als z. E. einen Würffel, solches ein Hexaëdrum sey, welches 6. Fläche hat, als 1. oben, 1. unten, und 4. an die Seiten. Nun soll jeder Würffel zum Cubischen Einhalt 1. haben, als so groß jede flache Seite, nach einer gewissen Maaß (beliebiger Grösse) gemessen, ein Quadrat giebt, und der Cörper ist der Cubus, dessen Einhalt 1. Deren einige zusammen gesetzet, machen auch Cubos grössern Einhalts. Wenn ich nun einen Cubum dessen Einhalt 2. machen will, so müssen die Fläche, zum Quadrat Einhalt 4. haben. Setze ich also zu dem ersten Cubo an eine Seite-Flache noch einen Cubum, und an der folgenden Seite Flache 1. Cubum, und 1. C. zur Erfüllung sind 3., machens mit dem vorigen 4. darzu unten oder oben, auch so viele Cubus oder Cörpere, als 4., machen in Summa 8., als den Cubum von 2. Einen Cubum von 3. zu machen, setze ich an eine Fläche 4. Cörpere, nemlich bey jedem derselben Seite, und an der folgenden Fläche auch so viel, sind 8., und 2. zur Erfüllung, machen 10. darzu oben oder unten selbiger Cörperlichen Figur so viel als in dem Quadrat derselben stehen können, als 9., sind 19. zu die vorigen 8. sind in Summa 27. Solcher gestalt kommen folgende Zahlen

	1.	2.	3.	4.	5.	6. 2c.
	1.	8.	27.	64.	125.	216.

differ. 4. 5. 9. 7. 16. 9. 25. 11. 36.

differ.	3		10		21		36		55
		$\frac{7}{12}$		$\frac{11}{18}$		$\frac{15}{24}$		$\frac{19}{30}$	
	7		19		37		61		91

der untersten, als 3. 10. 21. 36. und 55. als die beygesetzten Cörpere, machen auch eine *Progression* deren Differentz 4. und der in Quadrat jedesmahl zur perfection aufgelegten 4. 9. 16. 25. 36. differentzen machen, gleichfalß eine *Progression* von 2. Differentz. Nun die Zahlen und Differentzen respective addiret, kommen selbige Zahlen wie in voriger Vorstellung. Und in beyden sind respective der differentzen Summen der übrigen Zahlen (als der Cuborum Differentzen) Differentzen, und differiren dieselbige, oder machen, eine *Progression* gedachter massen von 6.

A. Wenn nun also eine Cubische Taffel durch solche progredirende Addition bis auf 100. gemachet, und man wolte selbige ferner extendiren: so suchet man des bekandten Cubic-Wurtzel Zahl pronics triplat plus 1. Unität, oder derselben Wurtzel Zahl trigonal sextuplat + 1 welches beydes die Cubische Differentz zwischen dem bekandten Cubo und den folgenden Cubum der nechstfolgenden Wurtzel-Zahl, als:

von	100		100	
	1		100	
	101		1000	
	50		100	
trigon.	5050	pron.	10100	
	6		3	
	30300		30300	
	1		1	
bekandte Cu-	30301		30301	
bic-Zahl	10000		10000	bekandte Cubic-Zahl.
	40301		40301	
	Cubic-Zahl		Cubic-Zahl	
	von 101.		von 101.	

Wenn auch die letzte Wurtzel-Zahlen allemahl mit 6. werden multipliciret, so kommen die Arithmetische Differentien, oder Progressions-Zahlen, dadurch dann der Cuben Differentzen mithin folgende Cubic Zahlen kommen, weiter per additionem gefunden und unendlich extendiret werde.

A. Ich will solches nur einfältiglich also zu tage legen: Nemlich wenn man 1 + 1, 2 + 1, 3 + 1, &c. jedes mit sich cubice multipliciret,

1.	(2	(3)
1	1 + 1	2 + 1.
	1 + 1	2 + 1.
	1 1	2. 1
	1 1	4. 2
	1.+2.+1	4. 4. 1
	1 + 1	2+1
	1 2 1	441
	1 2 1	882
	1.+3.+3.+1	8.12.6.1.

(4	
3.+1	alles gleich 1.Q. 1
3.+1	1 Q. 1
3 1	1 Q. 1
9 3	1. Zl. 1 Q.
9. 6. 1	1. Z. 2 Q. 1
3 + 1	1 Q.+1
9. 6. 1.	1 Zl 2 Q. 1
27. 18. 3.	1.C.2 Zl 1 Q.
27.27. 9. 1.	1.C.3 Zl 3.Q. 1

Das Zeichen oder Buchstab Q. bedeutet alhie uñ sonsten ein schlechtes quantum so auch so viel ist, als eine Radix.

Da dann erhellet, daß der neue Cubus in sich halte, den vorigen Cubum nebst 3. Zl. derselben Wurtzel, auch 3 Q. + 1. Nun ist schon vorhin bey den pronic- und trigonal-Zahlen, erwehnet, daß ein trigonal sey $\frac{1}{2}$ Zl + $\frac{1}{2}$ R. und ein pronic als desselben duplat, sey 1 Zl. + 1 R. Da dann leicht zu verstehen, daß der vorigen Wurtzel pronic-triplat oder trigonal-sextuplat (als so viel beträgt besagte 3 Zl + 3.Q.) plus 1, so viel sey, als die Differentz der Cuben. Und weiln also der folgende Cubus allemahl von der letzt vorhergehenden Wurtzel à 1 Q. sich beträgt 1. Œ + 3 Zl. + 3 Q. + 1; wovon der Œ. von 1 Q. als 1. Œ., abgezogen, bleiben 3 Zl + 3 Q + 1.; Und dann der vorhergehenden Wurtzel als 1 Q. ÷ 1. Cubus 1. Œ. ÷ 3 Zl + 3 Q. ÷ 1. machet, von dem Cubo von 1. Q. als 1 Œ. subtrahiret, bleiben 3 Zl ÷ 3 Q + 1. selbiges von 3 Zl + 3 Q + 1. abgezogen, blei- 6 Q. als die Stette deren Arithmetischen Progression, umb welcher die Differentzen der Cuben differiren. Wie dann auch aus der vorigen Demonstration oder Aussetzung erhellet, daß die progredirende Differentz so respective aus 4 und 2. in summa 6 entstehet, mit der Wurtzel dergestalt eintreffe, daß diese Progression so offt fortgehet, als, jede Wurtzel sich beträgt.

A. Daß sey also hievon genug. Nun wollen wir noch die media proportionalia betrachten, deren in den Cubis 2., als respective jedesmahl majus & minus, daher entspringende, und zwar ersters, wann der grössern Wurtzel Quadrat mit der kleinern Cubic-Wurtzel, und letzters, so der kleinern Wurtzel Quadrat mit der grössern Cubic-Wurtzel multipliciret wird, und gleichwie die grössere Cubic-Zahl sich proportioniret gegen das medium majus: Also hält sich auch das medium minus gegen den kleinern cubum und kan davon folgende Aufstellung gemachet werden:

					36
				25	72
			16	50	108
		9	32	75	144
	4	18	48	100	180
1	8	27	64	125	216
1	2	3	4	5	6
1	4	9	16	25	36
2	12	36	80	150	
3	16	45	96		
4	20	54			
5	24				
6					

nemlich

nemlich daß die grössern media oben und die kleinere unten kommen, da es also weiter kan extendiret werden.

B. Weil die media proportionalia der Cubic Zahlen kommen aus Multiplicirung respective der Quadrat mit den Wurtzel-Zahlen; so kan sothane Proportion leicht begriffen werden, als z. E.

2		5	4		25
2		5	8|2		50|2
			20|5		125|5
4	4	25	25		
5	2	2	5		
20.	8.	50.	125		

item

3		6			27|1	108|1
3		6			54|2	216|2
9	9	36	36			
6	3	3	6			
54.	27	108	216			

zumahl die Wurtzel-Zahlen, durch deren Multiplication mit dem quadrat respective die Mittel und Cubic-Zahlen, kommen, sich auch in eben solcher proportion gegen einander halten.

A. Und wenn man die kleinere Wurtzel von der grössern abnimmt, und den rest mit der grössern Quadrat vielfältiget, und zum product medium majus addiret, so kommt der grössere Cubus. Da man aber besagten Rest oder Unterscheid der Wurtzeln mit dem kleinern Quadrat vielfältiget, und das product von dem medio minori abnimmt, bleibet der kleinere Cubus; als

2	5	item 3	6
÷ 5	2	÷ 6	3
3	3	3	3
4	25	9	36
÷ 12	75	÷ 27	108
20	+ 50	54	108
8	125	27.	216

B.

B. Deswegen ist mit wenigen zu bemercken, daß der grössere Cubus heraus kommen müsse, wann die Quadrat-Zahlen mit der Differentz der Wurtzel-Zahlen multipliciret, und darzu das medium majus, als welches aus der multiplication solcher quadrat-Zahl mit der kleinern Wurtzel, als den rest der grössern Wurtzel entstehet, addiret wird, der kleinere Cubus aber, wann gedachter rest der Wurtzeln mit dem kleinern quadrat vielfältiget, und das prod. von dem medio minus (als welches entstehet, wann man gedachte kleinere Quadrat mit der grössern Wurtzel nemlich der kleinern Wurtzel, und dem besagten Unterscheid vermehret) subtrahiret wird, wie folglich zu sehen,

2	=	5	3	=	6
2		5	3		6
4		25	9		36
5 ÷ 3		3 + 2	6 ÷ 3		3 + 3
20 ÷ 12		75 + 50	54 ÷ 27.		108 + 108
12		50	27		108
8		125	27		216

A. Wir wollen annoch ein Exempel vor uns nehmen:

Einer hat 2. Stücke Geschützes, treibt das erste 7 ℔. und das 2te 56. ℔. und ist die Weite des erstern 5 Zoll; Frag wie viel die Weite des zweyten anbeträgt? Antw. 10. Zoll.

Man vielfältiget 5 Zoll. Cub.
und setzet:
7. ℔. = 125. ℔. = 56. ℔. f. 1000.
Aus diesem facit als 1000. wird rad. cub. extrahiret, kommt die Antwort.

Nun mögte wol gerne benachrichtiget seyn, warumb dieses Exempel solcher gestalt durch die Regul Detri und Extrahirung der Cubic-Wurtzel solviret werde.

B. Gleichwie eine Kugel das Geschütz erfüllet, oder, wo es zu liegen kommt, den inwendigen Raum einnimmt, so muß solcher Raum oder Wille durch die cubische multiplication der Weite von einer Seite zu der grad-gegen über seyenden andern Seite, ausgerechnet werden, wie viel nemlich der gantze inwendige Umkreiß so weit die Kugel lieget ausfüllet. Und nach solchen Cubischen Ausfüllungen wird die proportion der Schwere der Kugelen gerechnet.

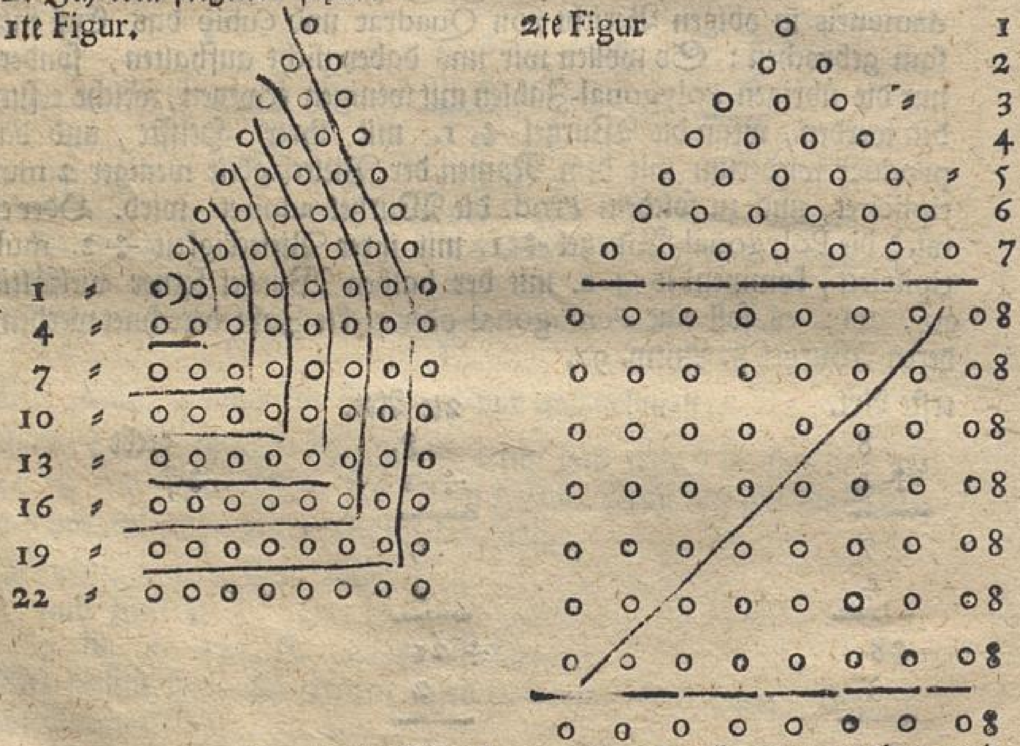
A. Was weiter die Extractionem radicis zensizensicæ, sursolide, Zensi Cubi, B. sursolidæ, zens zens de zens &c. anbelanget, weil solche aus den andern Rechen-Büchern genug zu erlernen, und zu deren fundamentis in obigen Bericht von Quadrat und Cubic das Eyß sattsam gebrochen: So wollen wir uns dabey nicht aufhalten, sondern nur die übrigen Polygonal-Zahlen mit wenigen erwegen, welche erfunden werden, wenn die Wurtzel ÷ 1. mit ihrer Helffte, und das product wiederum mit dem Namen der Vieleckigkeit weniger 2. multipliciret, und zu solchem Prod. die Wurtzel addiret wird. Oder es wird die Polygonal-Wurtzel ÷ 1. mit ihrer Vieleckigkeit ÷ 2. multipliciret, kommendes + 2. mit der halben Wurtzel ferner vielfältiget, als: es soll eine Pentagonal oder 5eckte Zahl berechnet werden, deren Wurtzel 8. Antw. 92.

erste Art.	2te Art.	
8	8.	5eckt
÷ 1	÷ 1	÷ 2
		3
7	7	
4	3	
28	+ 21	
3	2	
84	23	
8	4	
92	92	

B. Weil die pentagonal oder 5eckigte Zahl entstehet aus einer arithmetischen *Progression* von 1. anfangend, und mit 3. auffsteigend, als 1. 4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. sind 8. Stetten: so können solche auch nach der droben gethaner Anweisung dergleichen additionen, addiret werden, nemlich 22 und 1. sind 23. mit die Helffte der Stetten Zahl, als 4. multipliciret, kommen 92. Und hiernach können die obgesetzte Arten oder Manieren verstanden oder reguliret werden;

A. Solte die *Pentagonal*-Zahl dann auch wol in eine Figur können gebracht werden.

B. Ich will folgende setzen:



da dann zu ersehen (1) daß die Progression durch einen geraden und einen krummen Strich richtig angewiesen sey, (2) daß eine pentagonal-Zahl bestehe aus einen Quadrat von der Wurtzel-Zahl, so allhie 8., und einen Triangel von der nechst-vorhergehenden Zahl als 7. Nun das quadrat von 8. sind 64., darzu der Triangel von 7. macht 28, sind in *Summa* auch 92. Oder da dann die obgesetzte erste Art

aus

aus der 2ten Figur gemachet worden, nemlich wenn ich zu dem Trigonal-Wurtzel 7. die erste Stette als 1. addire, das Collect mit der Helffte der Stelle, als $3\frac{1}{2}$ multiplicire oder solcher letzten Stelle-Zahl 7. mit der Helffte der nechst-folgenden Stelle-Zahl 8. als 4. multiplicire, kommt einerley, nemlich die Trigonal-Zahl 28.

7 1 ——— 8 $3\frac{1}{2}$ ——— 28	7 4 ——— 28	8. 8. 8. 4 = 28 7. 7. 7. 7 = 28 + 1. 1. 1. ,3 ÷ Hier machen die 3. addirte Zahl die subtrahirte Zahl als 3. 8. 8. 8. 4

solche Trigonal-Zahl 28. ist in dem unter-stehenden Quadrat von 8. noch 2. mahl enthalten, daß also die 28. mit 3. multipliciret, und die übergebliebene Wurtzel-Zahl 8. darzu addiret werden. Die 2te Art ist aus der ersten Figur genommen, nemlich wenn man zu der letzten Wurtzel-Zahl von 8., als 22. addiret 1., oder die nechst-vorhergehende Zahl als alhie 7. mit der fortschreitenden Zahl 3. multipliciret und 2. addiret, kommt einerley, nemlich 23.

Stette-	Zahl	
1 -	1	
4 -	2	Wenn man die letzte Stette als 8. mit der fort-
7 -	3	schreitenden Zahl 3. multipliciret, kommen 24. da-
10 -	4	von 1. sind 23. als die erste und letzte Stette-Zahl:
13 -	5	Denn,
16 -	6	
19 -	7	1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8.
22 -	8	3 3 3 3 3 3 3 3
+1te St. 1 -	÷ 1	3 ÷ 2. 2 + 2, 1 + 3. + 3., 3 + 2 + 3 + $\frac{1}{2}$
23	7	1. 4. 7. 10.
	3	
	21	
	+2	
	23	

Nun sind 1. 4. 7. 10. + 2. in summa 24, als 3. mahl

mahl 8., davon 1. sind 23. die erste und letzte Stette,

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7.
3. 3. 3. 3. 3. 3. 3.
3+2.2+1.1 + 3 3 + 3 + 3+1
1 4 7 10

bleiben von der 8ten 3. 2 übrig+3 mahl 7. sind 23.

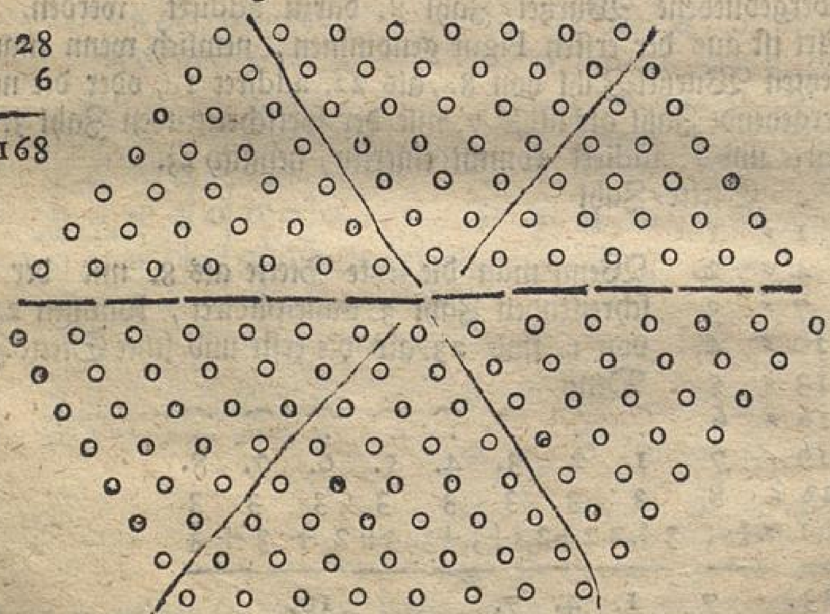
da dann die 23. mit der Helffte der Stetten als 4. vielfältiget werden.

A. Kan auch wol eine Hexagonal - oder 6eckigte Zahl, so aus der arithmetischen Progression welche von 1. anfänget, und mit 4. fortgehet, erwächst, in eine Figur gebracht werden; als zum exempel eine Hexagonal, wovon R. 8.

B. Es kan solches in folgender geschehen:

Figur 1.

28
6
—
168



Diese Figur n. 1. habe deswegen hergesetzet, umb zu sehen, daß es auf 2erley Manieren könne verstanden werden, wenn man eine 6. eckigte Zahl haben wolle, nemlich dieser Gestalt bestehet solche aus 6 Trigonal-Zahlen von der nechst-vorhergehenden Wurtzel-Zahl; Oder

der aus 2. Progressions-Figuren so mit 1. aufsteigen, deren jede so viel an der ersten Stette hat, als Stetten überall sind: Und hat die erste Progression so viel Stetten als zur Wurtzel-Zahl gesetzet, die andere aber umb 1. weniger. Weil aber hier die Frage von einer progression, so von 1. anfänget, will ich folgende Figur n. 2. stellen.

Fig.2.

		o			
		oo			
		ooo			
Stetten	Progression	oooo	8		
1	= 1	ooooo	8		
2	= 5	oooooo	——		
3	= 9	ooooooo	64 quadr.		
4	= 13	—— ——	28	trigon. von 7.	
5	= 17	oooooooo	28		
6	= 21	oooooooo	——		
7	= 25	oooooooo	120		
8	= 29	oooooooo	2te Art		1te Art
	1	oooooooo	8	6eckte	8
	——	oooooooo	÷ 1	2	1
	30	oooooooo	——	——	——
	4	oooooooo	7	4	7
	——	—— ——	4		4
	120	ooooooo	——		——
		oooooo	28		28
		ooooo	+ 2		4
		oooo	——		——
		ooo	30		112
		oo	4		8
		o	——		——
			120		120

woraus zu ersehen, daß selbige aus dem Quadrat von der Wurtzel, wovon obgedachter massen die Progression mit 2. aufsteiget, und 2. trigonalen, der Wurtzel ÷ 1. wovon jedes mit 1. progrediret, machen in summa 4. progredirende Zahlen 1 bestehe: Da dann zu bemercken, daß die erste Stette der Trigonaln, (als welches beydes in der ersten Stette der Progression nicht darff gerechnet werden) nebst der Progression des Quadrats, die letzte Progression der Hexagonal-Zahl ausmachen.

A. Die polygonal-Wurtzel zu extrahiren, dividiren einige die Polygonal-Zahl durch die Differentz ihrer progresl, da des Quotienten Radix Trigonalis (zu verstehen nach ob-erwehnter ihrer Manier) + 1. die Polygonal-Wurtzel zeiget. Weil aber solche Regul in gebrochenen Zahlen nicht accurat befunden wird: So vielfältigen andere die vieleckte Zahl mit ihrer Vieleckigkeit ÷ 2., der rest wird dupliciret, zum product itzt-duplirte Zahl ÷ 2. halbtheils Quadrat, aus dem Collect radix quadrata extrahiret, zu solcher Wurtzel nechstberührtes halbtheil addiret, das Collect durch vorbesagte Vieleckigkeit ÷ 2. dividiret, gibt die Wurtzel. Als:

1te Manier		2te Manier.	
120.	120	6eckte Zahl	
4)	8	÷ 2.	
30	960	4. duplire, ÷ 2 sind	2
√ trig. 7	1	2	1 (½
+ 1	961	8	1 quadr.
8	√ 31		
	31		
	1		
	32.		
	4) 8		

B. Gleichwie in den polygonal-Figuren die Quadrat oder Trigonal-Figuren kommen, weswegen schon die Demonstration geschehen: so kan, wer Lust hat, selbige darnach, wegen der andern polygonal-Zahlen, einrichten. Sonst ist wegen der ersten Manier zu wissen,

sen, daß, da auch einige die Polygonal-Zahl durch die Helffte der Differentz, dividiren, und dann rad. quadrat. extrahiren, + 1., solches damit übereinkomme, weil Trigonalen in den Quadraten wie vorhin gedacht, begriffen sind. Und wie die erste Manier leicht zu demonstriren: so will man der 2ten an ihrer accuratesse nichts benehmen, gleich in solchen Fall droben die Demonstration in den Trigonal-Zahlen schon geschehen. Sonsten acht ichs noch wol so begreifflich, wenn man nur nach den Progressions-Reguln verfähret, und wie solchem nach die Anzahl derer Stetten (als welche eigendlich die Wurtzel bedeuten) gefunden wird, wenn in einer auffsteigenden Progression die erste Zahl von der letzten genommen, der Uberschuß durch die Ubertretung getheilet, und zu erlangten Theil 1. addiret wird: So würde die Operation von diesem erwehnten Exempel also geschehen müssen.

8 Rad. von 120 Polygonal-Zahl
1 oder Stellen

7	29 letzte Stette.
4 differ.	1
28	28
1	4) 7
29 letzte Stette	1
	8 Rad. oder Stetten.

A. Wird es demnach zu wissen nöthig seyn, daß man das extremum majus einer polygonal-Zahl, oder die letzte Stette derselben Progression suchen. Da dann von den Anzahl der Stetten 1. subtrahiret, dann der rest mit der Differentz multipliciret, und 1. addiret wird, gleich solche Regul in den arithmetischen Progressionen gebräuchlich ist.

B. Deswegen kan man leicht verstehen, daß so viel Ubertretungen, als die Anzahl der Stellen ÷ 1., seyn, folglich die erste Stelle, so alhie 1, wieder nach der multiplication addiret werden müsse.

A. Es sind auch polygonal-central - oder vieleckigte mittelpünckigte Zahlen, welche gleichfalß aus einer Progresſ entſpringen, als z.E.

1. 3. 6. 9. 12. 15. 18. 21. die Progresſ, dieſelbe erſtlich, für ſich addirt, ſo kommen 14. 10,19. 31. 46. 64. 85. ſind Trigonal-Central-Zahlen, deren Radices oder Wurtzeln ſind 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. weiter folgende Progresſ, als: 1. 4. 8. 12. 16. 20. 24. 28. 32. addiret, ſo kommen 1. 5. 13. 25. 41. 61. 85. ſind tetragonal-Central-Zahlen, deren Wurtzel 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. ferner nachgeſetzte Progresſ 1. 5. 10. 15. 20. 25. 30. addirt, werden 1. 6. 16. 31. 51. 76. 106. ſind Pentagonal-Central-Zahlen, deren Wurtzeln 1. 2. 4. 5. 6. 7.

Und werden ſolche Zahlen gefunden, wann die Wurtzel ÷ 1. mit ihrem halbtheil vielfältiget, und das Prod. ferner mit der Zahl der Vieleckigkeit, da dann kommen des + 1. die begehrte Central-Zahl.

B. Wie man ſich eigendlich eine ſo genandte Central-Zahl vorſtellen könne, laſſe ich zu eines jeden Erfahrnen Rechners Nachdencken anheim geſtellet ſeyn. Mir wird inzwiſchen nicht übel ausgedeutet werden, wann zufoderſt die Progresſionen aufſtelle, als:

trigon. progr.		Stetten	Central
1 -	0	1 -	1
3 -	000 -	2 -	4
6 -	000000 -	3 -	10
9 -	000000000 -	4 -	19
12 -	000000000000 -	5 -	31
15 -	000000000000000 -	6 -	46

tetrag. progr.	Stetten	Central
1 -	1 -	1
4 -	2 -	5
8 -	3 -	13
12 -	4 -	25
16 -	5 -	41
20 -	6 -	61

6
÷1
―
5
3
―
15
3
―
45
+1

÷1
―
5
3
―
15
4
―
60
+1

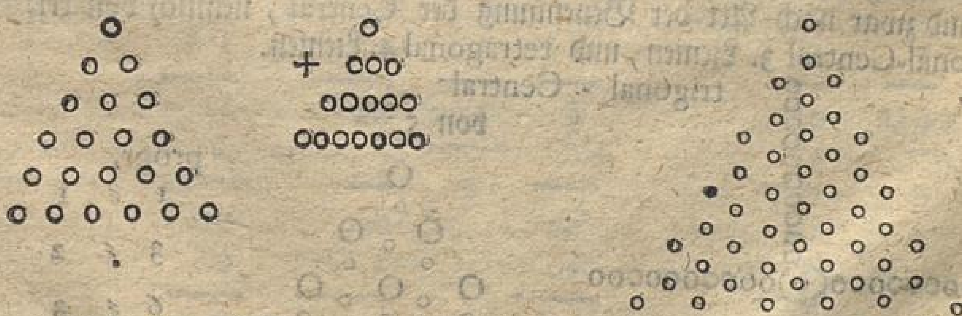
pen-

pentagonal-		Central
1	1	1
5	2	6
10	3	16
15	4	31
20	5	51
25	6	76

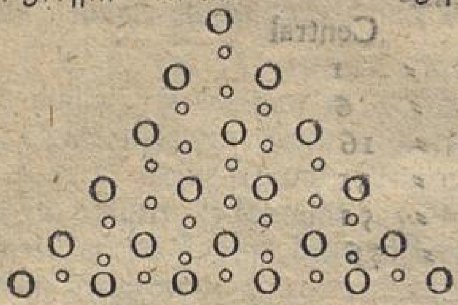
$$
\begin{array}{r}
6 \\
\div\ 1 \\
\hline
5 \\
3 \\
\hline
15 \\
5 \\
\hline
75 \\
+\ 1 \\
\hline
76
\end{array}
$$

Dann kan auch, weil die trigonal-Zahlen aus vielen kleinen trigonalien von 3. Zeichen bestehet, in der Mitte jeder solcher kleinen Trigonalen ein Zeichen gesetzet werden, nemlich allenthalben, wo sich nur das Spatium befindet, als:

Trigonal = Central

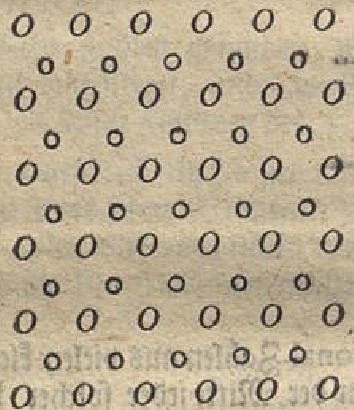


mit dieser Figur besser zu unterscheiden, so wil die Trigonal Zeichen mit grossen = die als Central eingesetzte aber mit kleinen o bemercken.

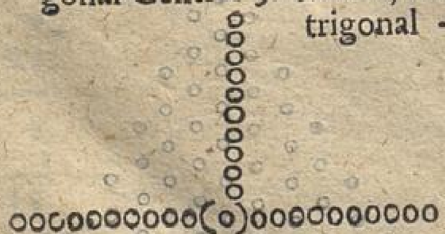


Da dann zu ersehen daß diese Central aus Trigonalen von 6. und der Quadrat progression von 6 ÷ 1. bestehe.

Also auch die tetragonal-Central vom dem Rad. 6.

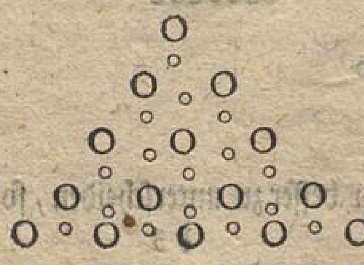


bestehet aus dem Quadrat von 6. und dem quadrat von 5. Weiter! wenn man ein Zeichen in der Mitten als das Centrum und davon in gerader Lienie Zeichen gleichsahm nach der Circumferentz, und zwar nach Art der Benennung der Central, nemlich von trigonal-Central 3. Lienien, und tetragonal 4. Lienien.



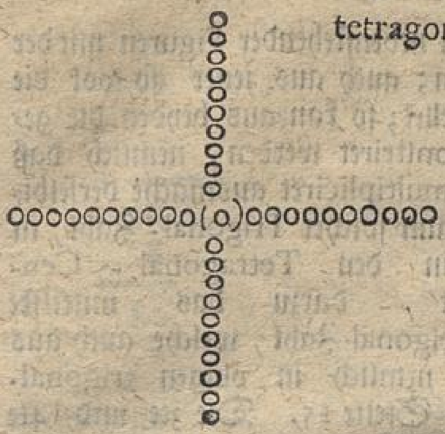
trigonal - Central

von 5



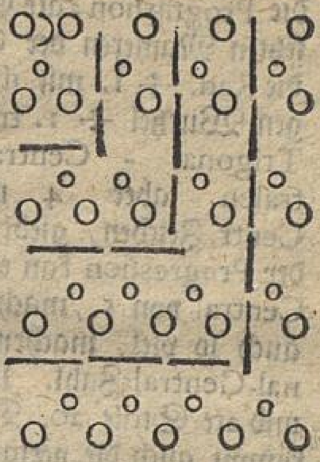
progr.

1 =	1
3 =	2
6 =	3
9 =	4
12 =	5



tetragonal-Central
von 5
progr.

1 = 1
2 = 4
3 = 8
4 = 12
5 = 16



Oder:

O - - 1
OoO - - 2
OoOoO - - 3
OoOoOoO - - 4
OoOoOoOoO - - 5
OoOoOoO
OoOoO
OoO
O

trig.Centr.von 5

$$\begin{array}{r} 5 \\ \div 1 \\ \hline 4 \\ 2\frac{1}{2} \\ \hline 10 \\ 3 \\ \hline 30 \\ +1 \\ \hline 31 \end{array} \qquad \text{oder} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ \hline 10 \\ 3 \\ \hline 30 \\ +1 \\ \hline 31 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ 1 \\ \hline 2)4 \\ \hline 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ \div 1 \\ \hline 4 \\ 2\frac{1}{2} \\ \hline 10 \\ 4 \\ \hline 40 \\ +1 \\ \hline 41 \end{array}$$

tetragonal-Centr. von

$$\text{oder} \quad \begin{array}{r} 5 \\ 2 \\ \hline 10 \\ 4 \\ \hline 40 \\ +1 \\ \hline 41 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5 \\ 1 \\ \hline 2)4 \\ \hline 2 \end{array}$$

Gleich-

Gleichwie nun die Anzahl der Zeichen nebenstehender Figuren mit der Anzahl dieser Figuren überein kommen; auch aus jener so wol die die Prograssion = als Stette=Zahl erhellet; so kan aus beyden die gesetzten Manieren der Operation demonstriret werden, nemlich daß die Rad. ÷ 1. mit ihrem Halbtheil multipliciret ausmache derselbigen Wurtzel ÷ 1. trigonal; und dann solcher Trigonal-Zahl, in Trigonal - Centralen drey, in den Tetragonal - Centralen aber 4 mahl hingesetzet, darzu das mittelste Centr. Zeichen, giebt die verlangte Trigonal-Zahl, welche auch aus der Progression kan erläutert werden, nemlich in obigen trigonal-Central von 5., machet die 5 und 2te Stette 15. Die 3te und 4te auch so viel, machen + 1. als die erste Stette in summa die trigonal-Central=Zahl. Und in der tetragonal-Central machet die 5te und 2te Stelle 20. Die 4te und 3te auch so viel, darzu die erste, kommt auch die verlangte Central=Zahl.

A. Aber! warumb solte wol in der Progression die erste und 2te Stette umb 1. weniger als die andern differiren: Und was mag wol die Ursache seyn, daß die Progression solcher gestalt in den polygonal=Central-Zahlen gestellet wird.

B. Solches ist ja aus itzt gesetzten Figuren zu ersehen, nemlich daß die 2te Stette so aus den natürlichen Zeichen, nebst dem Centrirten Zeichen bestehen, die Progression ausmachen, und die übrigen Stetten umb so viel progrediren.

A. Belangend die Extraction der polygonal-Central-Zahlen; so wird die vorgebene Zahl ÷ 1. dividiret durch die Zahl ihrer Vieleckigkeit, kommendes mit 8 multipliciret, zum product 1. addiret, aus dem Collect radix quadr. extrahiret, da dann die Wurtzel + 1., in 2. getheilet, die begehrte Polygonal=Central=Wurtzel, als;

31	41
÷ 1	÷ 1
30	40
3) 10	4) 10
8	8
80	80
1	+ 1
√qu.) 81	√.qu.) 81
9	9
1	1
2) 10	2) 10
5 trigonal-Central-Rad.	5

B. Solche Operation gehet rückwerts nach der gesetzten Manier, nemlich zufoderst wird durch Dividirung der aufgegebenen Zahl ÷ 1. durch die Vieleckigkeit zum trigonal der Radicis ÷ 1. gemachet, worauf dann ferner noch droben in Auszziehung der Trigonal-Wurtzel erwehnten Manier, verfahren wird, nur, daß, weil die Central Wurtzel, umb eins mehr, beträgt, die Unität nicht zuletzt subtrahiret, sondern addiret wird.

4te Entrevüe

A. Was dann Numerus altero latere numerorum longior vel major sey, lässt sich vernehmen, daß solches in der Figur ein recht winckligtes parallelogramma gebe! Allein! ich trage billig bedencken, mon cher Amy dieser und übrigen Zahlen wegen weiter zu fatigiren: Dannenhero auch die Arithmetische polygonalische Columnar-Zahlen,

len, und deren Aggregaten, item Pyramydal- und Pyrgoidal-Zahlen ꝛc. vor dismahl wird ausgestellet bleiben, da ein Liebhaber, nach des Herrn vorhin wegen Quadrat-Cubic-Zahlen ꝛc. gethane Anweisung, es weiter nachdencken mag. Nur nehme mir die Freyheit, noch etwas weniges mit dem Herrn wegen der Cosſ oder Algebra, als welche gleichſam als in dieſen Weltlichen Sachen der Gipfel des Menſchlichen Verſtandes darin verborgen lieget, und durch fleiſſiges Nachdencken, hervorgebracht, werden kan, zu diſcuriren, zuforderſt weiß man, daß die Algebra: Denominationem, Æquationem, Reductionem und Conſtructionem in ſich begreiffe: und daß, die Numeration belangend, die Sachen welche man berechnen will, durch gewiſſe Zeichen bemercket, da beſonders eine ſchlechte Sache, Ding oder Zahl 1. R. oder 1. Radix mit 1. Q. oder 1. ſumme, item auch wol; wenn mehrere Arten ſind, dann 1., a. 1.a.a. 1 b. 1. b.b.ꝛc. geſetzet werden, aber die Quadrat-Cubic-Zahlen ꝛc. mit Zl, Œ. ꝛc. Nun in der Addition, wenn lauter plus + oder minus ÷ verhanden, giebet die Summe auch + oder ÷ aber, wenn + und ÷ zu addiren, wird die kleinere Zahl von der gröſſern genommen, und zu dem reſt das Zeichen der gröſſern Zahl, es ſey + oder ÷ geſetzet.

5. Zl + 7 Q ÷ 6
9. Zl ÷ 2 Q + 7
8. Zl + 7 Q ÷ 12
――――――――――
22 Zl + 12 Q ÷ 11

8. Gleichwie + zu demjenigen, wobey es ſtehet hinzu kommt: So gehet hergegen das minus von dem, dabey es geſetzet ab. Nun iſt das + oder ÷ von gleichen Sachen oder gleicher Art Zahlen eins im andern begriffen: Daher es kommt, daß, wenn man etwas ſo reſpective + oder ÷ hat, addiren will, man das + und ÷ von einander abnehmen müſſe. Iſt nun mehr + als ÷, ſo gehet das ÷ von + weg, und bleibet das übrige +. und umb ſo viel, als dieſer reſt von + in ſich hält, nebſt dem Dinge oder Zahl, woran diejenige Zahl, ſo mit + bemercket, iſt oder ſind die andern addirende Zahlen, wobey die Zahl, ſo mit ÷ bezeichnet, angehänget, höher

her oder mehr geworden. Wo aber mehr ÷ als +, so werden, nachdem selbige gegen einander gehalten, und billig dieses von jenen abgenommen die mit + bezeichnete Zahlen umb so viel mehrer als der rest des ÷ sich, nebst der übrigen dabey zu addiren stehenden Zahl, beträgt, als man will addiren;

$$16 \div \overbrace{000}^{3}$$
$$12 + \overbrace{00000|000}^{8}$$
$$\overline{\quad 28 + \overbrace{00000}^{5} \quad}$$

Oder:

$$\overbrace{0000000000000/000}^{16} \div \overbrace{000}^{5}$$
$$\overbrace{000000000000}^{12} + \overbrace{00000000}^{8}$$
$$\overline{\quad 25 \quad + \quad 8 \quad}$$

$$12 + \overbrace{0000}^{4} \qquad\qquad \overbrace{0000000000000}^{12} + \overbrace{0000}^{4}$$
$$10 \div \overbrace{00|0000}^{6} \quad \text{oder} \quad \overbrace{0000,000000}^{10} \div \overbrace{000000}^{6}$$
$$\overline{22 \div \overbrace{00}^{2}} \qquad\qquad \overline{16 \quad + \quad 4}$$

oder

$$12 \quad + \quad 8$$

A. In der Subtraction wird auch R. von R., Z. von Z., und ꝛc. von ꝛc. genommen. Und wenn + oder ÷ angehänget, im Fall die damit bemerckte unterste Zahl wann beydes + oder ÷, grösser, als die Oberste: So nimmt man die ober von der unten, und schreibet von dem Rest des übrigens Gegen-Zeichen, nemlich vor + ÷ & vice versa. Da aber + und ÷ oder ÷ und + zu subtrahiren fürfällt, so wird es addiret, und zum kommenden, das Zeichen der obenstehender Zahl (als welche in summa oder netto mehr, als die unterste, machet) es sey + oder ÷ geschrieben: als

9. Ce + 5 Zl ÷ 15 R ÷ 6
÷ 6. Ce + 9 Zl + 6 R ÷ 8
―――――――――――――
3 Ce ÷ 4 Zl ÷ 21 R + 2

B. Will solches mit wenigen vor Augen legen. Ich setze, man wolle subtrahiren, von

12 + 2 $\overset{12}{\text{000000,000000}}$ + $\overset{2}{\text{00}}$
÷ 6 + 3 $\overset{6}{\text{000000}}$ + $\overset{3}{\text{0,00}}$
―――――――――――――
6 ÷ 1 6 + 1. oder 6 + 2 ÷ 3

12 ÷ 2 $\overset{12}{\text{000000,0,000'00}}$ ÷ $\overset{2}{\text{00}}$
6 ÷ 3 ÷ $\overset{6}{\text{000,000}}$ ÷ $\overset{3}{\text{000}}$
―――――――――――――
6 + 1 6 + 1

item

12 + $\overset{2}{\text{00}}$ $\overset{12}{\text{000000,000,00,0}}$ + $\overset{2}{\text{00}}$
÷ 6 ÷ $\overset{3}{\text{000}}$ $\overset{6}{\text{000,000}}$ ÷ $\overset{3}{\text{000}}$
―――――――――――――
6 + 5 oder 9 + 2

massen allhie die untersten 3 ÷ in der Subtraction zu den obersten Zahlen hinbey kommen + die obersten 2. sind 5. noch

12 ÷ 2 $\overset{12}{\text{000000,0,00,000}}$ ÷ 00
6 + 1 $\overset{6}{\text{000000}}$ + 0
―――――――――――――
6 ÷ 3 oder 5 ÷ 2

und

und allhie so wol die obersten 2., als unterste 1., abgezogen werden müssen.

A. In der Multiplication, wann + und + oder ÷ und ÷ miteinander vielfältiget werden, gibts allemahl + und so man + und ÷ oder ÷ und + zusammen multipliciret, kommt allemahl ÷, als

			5 Zl	+ 4 Q	÷ 3
			4 Zl	÷ 3 Q	+ 2
			+ 10 Zl	+ 8 Q	÷ 6
		÷ 15. ℭ	÷ 12 Zl	+ 9 Q	
20 ȝȝ.	+ 16.	÷ 12 Zl			
20 ȝȝ.	+ 1 ℭ	÷ 14 Zl.	+ 17 Q	÷ 6	

B. Ich setze man wolle multipliciren,

6 + 3	8 ÷ 2	6 + 3
4 + 2	6 ÷ 3	5 ÷ 2
12 6	+ 24 + 6	÷ 12 ÷ 6
24 + 12 +	48 ÷ 12	30 + 15
24 + 24 + 6	48 ÷ 36 + 6	30 + 3 ÷ 6

inmassen sich solches findet, wenn man ∔ addiret, und ÷ subtrahiret, als 6 ∔ 3. sind 9
mahl 5 ÷ 2
45 ÷ 18

nur lieget es mercklich auch daran, daß man die producta recht benenne, den Q. mit Q. kommen z. und Q. mit Zl kommt ℭ. 2c.

A. In der Division setzet man entweder den Divisorem oder Theiler nur unter dem Dividendo: Oder theilet dieses durch jenen ordentlich ab. Wobey man zu observiren, daß, wenn + durch + und ÷ durch ÷ wird getheilet, allemahl + und hergegen + durch ÷ oder ÷ durch + immer ÷ bringet. Wobey man gleichfalß zu beobachten,

ten, daß man den Quotienten mit seinem behörigen Bennennung verzeichnen müsse.

```
            12
    16      24       8
20 ℨℨ + 1 ce ÷ 14 ℨ + 17 Q ÷ 6 ( 5 ℨ 14 Q. ÷ 3
 4 ℨ     ÷ 3.Q + 2  +  2
        4 ℨ ÷ 3 Q      ÷ 3 Q + 2
           4 ℨ
```

B. Gesetzt man wolle theilen

```
       7
  28 + 15 + 2 ( 4 ÷ 1
   7 +  2 + 2
       7

                    6
          36 ÷ 18 + 2 ( 6 ÷ 1
           6 ÷  2 ÷ 2
                   6
```

welches aus der multiplication kan weiter nachgedacht werden. Dannenhero vor dismahl mich nicht weiter damit anfhalten kan; sondern nur ferner erwege, daß die Algebra eigendlich darin bestehe, daß ein gewisses Zeichen, als 1 Q., an statt der Haupt-Sache gesetzet, und damit, wie mit diesem, verfähret, das Facit nach geschehener Vergleichung heraus zu bringen vermag.

A. Als: Ein Handelsmann hat ein Stück rothen Sammit, verkaufft $\frac{1}{4}$ desselben und 3. Ellen, weiter $\frac{1}{3}$ des rests weniger 2. Ellen, und behält noch übrig 12. Ellen. Frag, wie viel des Sammits demnach anfangs gewesen. Antw. 24. Ellen.

Setz

Setz 1 Q.

4) $\frac{1}{4}$ Q + 3. von 1 Q rest

$\frac{3}{4}$ Q ÷ 3.

3)

$\frac{1}{4}$ Q ÷ 1

÷ 2

$\frac{1}{4}$ Q ÷ 3

$\frac{1}{4}$ Q + 3

$\frac{1}{2}$ Q von 1 Q bleibt

$\frac{1}{2}$ Q gleich = 12

2

1 Q 24

Proba

24

4)

÷ 6 ÷ 3

15

3)

5 ÷ 2

6 + 3

11 + 1

÷ 24

12

B. Weil $\frac{1}{2}$ Q gleich 12. so folget daß ein gantz Q. sey 24., als die erfoderliche Zahl.

A. Aber was solte wol die Ursache seyn, wenn man in einem Quadrat Cosl z. E. folgende Vergleichung bekommt

1 Zl = 8 Q + 48

16

4

4 64

— √ Z —

16 8

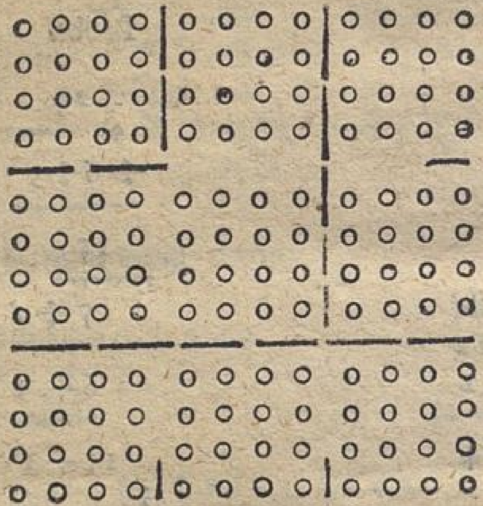
+ 4

12

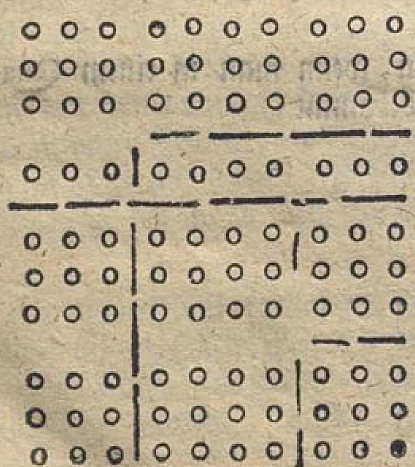
man die Zahl Rad. halbieret, solches quadriret zu den Zahl + addiret, und ferner also verfähret.

B. Solches kan man mit folgender Figur deutlich machen.

12. mahl 12. oder 8 Q + 48.

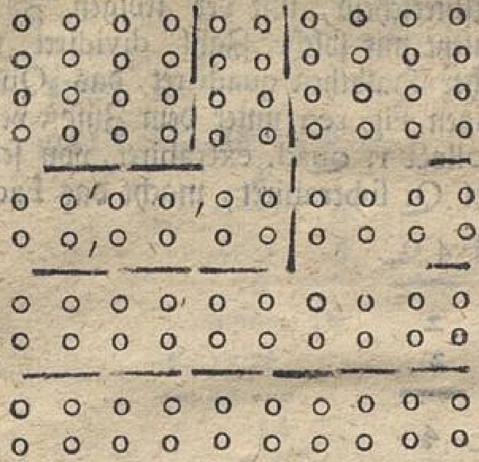


10. mahl 10. oder 6 Q + 40.



1. Zl = 6 Q + 40
9
3
3 √49
9 7
3
10

8 Q + 20



1 Zl = 8 Q + 20

8	20
4	16
4	√36
16	6
	4
	10

woraus zu ersehen, das wenn die Q. von oben oder unten aus dem Rad. und quadr. genommen, und die Zahl der Q. halbieret, solche Helffte quadriret, und das quadrat zu die übrigen Q. des gantzen Radicis addiret, solches ein neues Quadrat mache, wovon der an dem vorigen Quadrat abgezeichnete Zusatz sich just so viel, als die Zahl + (welche den rest des Zl nach Abzug der aufgegebenen Zahlen Q. machet) sich beträgt.

A. Aber! woher solte es wol kommen, daß der gedachte Zusatz so das neue Quadrat perfectioniret just so viel mache, als der rest der Q. von dem gantzen Zl.

B. Weil in dem Zusatz das Quadrat itztgedachten restes Q. Zahl recht mitten in der gantzen Figur kommt, welche dann nach allen 4 Seiten gleich hinaus sich gleicher Länge erstrecket, so, daß die Reyhen hinauf oder hinunten mit einer Reyhe seitwerts eben so lang nohtwendig fallen, als gleichfals die Reyhe gedachten Quadrats sich in besagten rest beyder seiten werts erstrecket.

A. Wenn nun die Vergleichung solcher Gestalt, so sonst als der erste Unterscheid pflegt vorgestellet zu werden, heraus gebracht worden:

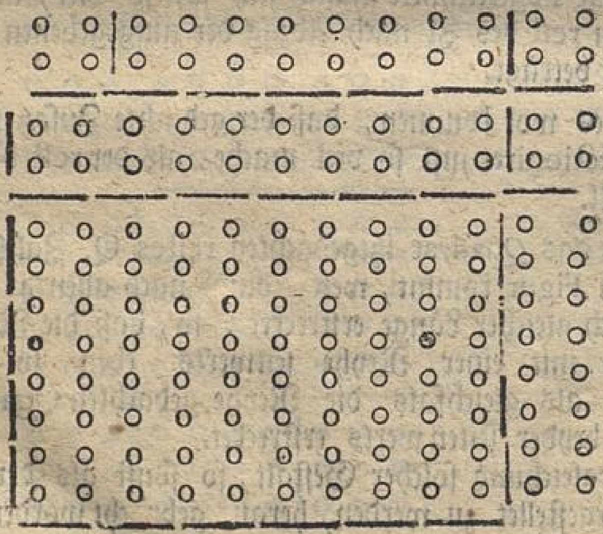
1 Zl = 140 ÷ 4 Q.

so wird (wenn z. E. 2. oder 3. Zl. werden gesetzet, muß die Zahl Zl, wie auch in dem vorigen Unterscheid, mit der ledigen Zahl zuforderst multipliciret, und zuletzt mit solcher Zahl dividiret werden) die Zahl Q. halbieret, solcher Halbtheil quadriret, das Quadrat zu der ledigen Zahl (so in obigen Figuren unter dem Zusatz verstanden wird) addiret, aus den Collect r. quad. extrahiret, von selbigen R. die besagte Helffte der Zahl Q. subtrahiret, macht das Facit, als:

1 Zl = 140 ÷ 4 Q

	140	4
	4	2
	144	2
√ 3.)	12	4
	÷ 2	
	10	

B. Durch folgende Figur will ich solches zu erläutern mir die Freyheit nehmen.



da dann zu ersehen, daß, wenn die Zahl Rad. halbieret, und solche

Helffte

Helffte quadriret, auch das Quadrat zu die ledige Zahl addiret wird, so dann ein solch Quadrat heraus kenme, daß, wenn von dessen Wurtzel besagter Halbscheid subtrahiret wird, so dann der Radix quæst. bleibe. Und wenn e.g. 2. Zl gesetzet werden,

als: 2 Zl = 280 ÷ 8 Q

2	
	4
560	4
16	
	16
√) 576	
14	
÷ 4	
10	

so muß nothwendig die ledige Zahl damit vermehret und sodann das Quadrat der helfften Zahl Rad. addiret werden; weil die Helffte Wurtzel $\frac{1}{4}$ des gantzen Quadrats giebt. Und wenn 3 Zl gestellet, wird damit gleicher gestalt verfahren, indem $\frac{1}{3}$ Rad. ein Quadrat von $\frac{1}{9}$ des gantzen machet; wie solches beliebig durch eine Figur vorstellig zu machen.

A. Als man nun die Vergleichung bekommt von folgender Art

1 Zl = 10 Q ÷ 16.

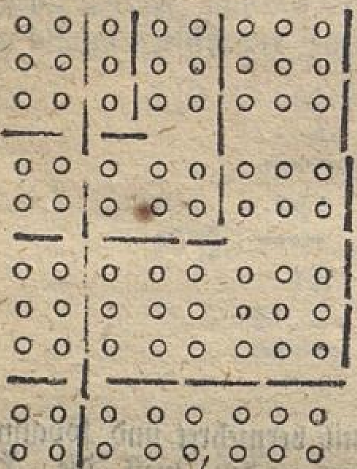
5
5
25
16
√) 9
3
+ 5
8

1 Zl = 10 Q ÷ 16.

5
5
25
16
√) 9
÷ 3
5
2

da dann die ledige Zahl von der Helffte Rad. subtrahiret, und dann Rad. quadr. extrahiret, und die Helffte Rad. entweder addiret, oder subtrahiret wird: so giebt das Collect die grössere, der Rest aber die kleinere Wurtzel.

B. Solches ist durch folgende Figur darzustellen beliebet worden.



woraus erhellet, daß die 1.6, so die untersten 2. Reyhen ausmachen, auch in dem Quadrat von 5. begriffen, nechst dem Quadrat von 9. und daß die Rad. 3 zu 5. addiret, eine Reyhe gebe, so das grosse quadrat von 8. als dem Radici, machet, und die besagte Rad. 3. von erwehnten halbtheil 5. subtrahiret, die Reyhe 2., bringet, wovon das quadrat 4. ist: item daß die aufgestellte Vergleichung so wol mit der grössern als kleinern Zahl zutreffe:

A. Weil mir so eben beyfällt, in einer alten Dialectica des M. Wolffgang Buttners, und zwar von den beyden prædicamenten Actio & Passio Reg. 3. gelesen zu haben, daß derselbe schreibet.

- - Also, wenn mich in der Coss die Arithmetica lehret, daß ich aus zehen Quadrat-Zahlen + 5. Hundert und Sieben solte suchen die Cubic-Wurtz, und ich kan solches nicht zu wege bringen, sprech ich, die Schuld ist mein, und nicht der Kunst.

Wiewol auf Erd nicht kommen ist,
Der diese Wurtz zu suchen wüsst,

Ist aber dreyzehn und nicht mehr,
Das weiß ich anders sonst woher,
Also beschreibt die Actio
Das Bild mit seinem Proprio,
Weisstu das nicht, so mustu das
Aus andern Künsten lernen baß.

so wird auch mit wenigen von der Cubic-Coss zu reden seyn; da dann meines Bedünckens einer, so eben nicht viel im Rechnen erfahren, solche Wurtzel leicht finden konnte, wenn er nur considerirte, daß,

$$\begin{array}{r} 13 \\ 13 \\ \hline 39 \\ 13 \\ \hline 169 \\ 13 \\ \hline 507 \\ 169 \\ \hline 2197 \end{array}$$

weil in der multiplication der Cubic-Wurtzel die Vermehrung der Quadrat-Wurtzel mit 10., geschehen, nothwendig die 507 durch multiplication der Quadrat-Zahl mit der an der Unität-Stelle stehenden Zahl heraus komme; wiewol ich in einigen Rechnen Büchern gesehen habe, daß sothane Wurtzel einiger massen durchs Erachten nach der endlichen Vergleichung gefunden wird, als:

$$1\ \text{Œ} = 10.\ \text{Zl.} + 507$$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & - & 11 & - & 121 \\ 2 & - & 12 & - & 144 \\ 3 & - & 13 & - & 169 \end{array}$$

$$\underbrace{\hphantom{3 - 13 - 169}}_{507}$$

nemlich

nemlich, daß, weil die radix cubica, bis auf die Zehend-Stelle sich erstrecket, und zwar zwischen 10. und 20. so lange eine Zahl als die Radix gesuchet werde, so, daß solche mit sich selbst multipliret und davon die Zahl Zl subtrahiret und der rest mit der gedachten Wurtzel vermehret, die ledige Zahl, wie allhie 507., herauskomme.

B. Ermeldter Author wird so viel haben sagen wollen, daß, wenn gleich kein Mensch die Radicem zu finden wüste, solche dennoch & necessitate consequentis richtig seyn muste. Ubrigens lässt man die gesetzte Manier der Operation allerdings in seinen Werthe, bis eine bessere erfunden worden; Denn, gleichwie, der nach Abziehung der Zahl Zl von dem gesetzten Rad. bleibende Rest mit derselben Quadrat multipliciret, die ledige Zahl nothwendig ausmachet, man auch aus deren erstern an der Unität-Stelle stehenden Zahl ohngefehr wissen kan, aus was vor eine Zahl der an der Unität-Stelle stehenden Wurtzel-Zahl selbige formiret, und folglich welche sothane Wurtzel-Zahl sey, e. g. in obgesetzter Operation kan man schliessen, daß 13. die rechte Wurtzel sey, weil deren rest, nach Abzug der Z. Zahl, mit dem Quadrat derselben Wurtzel-Zahl multipliciret, die ledige Zahl hervorbringet.

A. Wenn die Zeit und Gelegenheit es erlauben wolten, wäre noch wol etwas mehrers hievon zu erinnern, zumahl sothane Manier auch in Erfindung der Quadrat-Wurtzel mögte können gebrauchet werden, als:

1. Zl.	= 10 Q	+ 39
1 -	11 -	11
2 -	12 -	24
3 -	13 -	39

$\underbrace{\qquad\qquad}_{13}$

Doch, so, daß allhie der nach Abzug der Zahl bleibende rest, mit der pro rad. gesetzten Zahl, die ledige Zahl heraus bringe. Allein! wer andere Art Exempeln in der Cubic-Coss wird zur Vergleichung stellen, mögte vielleicht aus diesem Discurs zur Demonstration das Eyß schon gebrochen finden.

B.

B. Es lässt sich also vernehmen, daß, wer einen rechten Grund besonders von der Coss oder Algebra haben will, gleichwie er aus Büchern ihm viele facilité kan zu wege bringen, er sich daran nicht binden dürffte, sondern vor allen sich zum selbst-eigenen Nachdencken und speculiren bequemen müsse. Was nun in diesem Discurs nicht berühret worden, desfals wird man doch zur Demonstration und rechten Verstand einige Anleitung ertheilet finden.

A. Nun wäre auch nicht undienlich, das 2te Buch Euclidis, so Herr Joann Petersz Dou sehr deutlich per Demonstrationes lineales erläutert hat, vorzunehmen, und wie derselbe in seinem Anhange vermeldet, daß auch alles in Zahlen angehen könne, es dadurch zu præstiren. Allein ich finde eine Exception in der 11. proposition, wann nemlich eine rechte Linie (hier wurde die exceptio von Zahlen seyn) also in 2. Theilen, daß die winckelrechte Figur, so von der gantzen und dem kleinern Theil beschlossen, eben so groß sey, als das Quadrat des grössern Theils, oder, wie die 30te Proposition des 6ten Buchs des unvergleichlichen Euclidis erfodert, das gantze sich gegen dem grösserm, wie dieser gegen dem kleinern Theil halte, getheilet werden soll; nemlich daß solches zwar nach oberwehnten Authoris Demonstration in Lienien, aber in Zahlen nicht accurat angehe; dahero derselbe auch in seinem Anhang diese proposition eine besondere wird genandt haben. Nun habe ich zwar in andern Mathematischen Tractaten die Ausrechnung solcher gestalt gefunden, daß, wenn das gantze und die Helffte, jedes besonders quadriret, die quadrata addiret, aus dem Collect radix quadrata extrahiret, und davon besagte Helffte genommen; (welches dann in mehr-erwehnten Authoris linealischen Operation und Demonstration fundiret zu seyn scheinet, wiewol derselbe solches in Linien gantz augenscheinlich dargethan:) Der Rest das segmentum majus oder den grössten Theil geben solle. Jedoch! weil keine solche Zahl zu finden, so daß selbige, wie auch ihre Helffte, quadriret, und die quadraten summiret, eine vollständige Quadrat-Zahl mache: so kan es nicht anders, denn nur bey nahe zutreffen.

B. Da ermeldter Joann Petersz Dou solche Figur machet welche

che ohngefehr in Zahlen also zu stehen kommen würde

```
9. mahl 9.          o o o o o o o o o   4 mahl 9
                    o o o o o o o o o
                    o o o o o o o o o
6 mahl 6. o o o o o o o o o o o o o o o
          o o o o o o|o o o o o o o o o
          o o o o o o|o o o o o o o o o
          o o o o o o|o o o o o o o o o
          o o o o o o|o o o o o o o o o
          o o o o o o|o o o o o o o o o
```

und aber die Diagonal-oder Queer Lienie von der Helffte der untersten gantzen, oder Wurtzel-Zahl bis an den obersten Winckel als so viel, solche Helffte nebst dem Zusatz der Linien, machet, durch Zahlen oder Zeichen nicht accurat zu finden; Als kan ich mir nicht anders besinnen, denn daß es in Zahlen nicht könne genau getroffen werden, zumahl in Linien die Theilung auch durch einer andern Lienie mittelst eines durchschnitts geschiehet, von welchem punct des durchschnitts aber, indem eine Linie in so weit untheilbar, man nicht ein unzertheilbahres Theil in Zahlen kan hervorbringen; Daher dafür zu halten, daß auch in Linien sothane Theilung, wenn man genau gehen will, also zu verstehen, daß das eine Theil in demselben punct aufhöre, wo das andere Theil anfängt; Demnach folget, daß, wo die accurate Zahlen-Rechnung aufhöret, die Demonstration durch Lienien in der Mathesi ihren Anfang nehme; wiewol mit den vorhergehenden Propositionen selbig-ermeldten Buchs es eine andere Bewandtniß hat, als welche durch Zahlen accurat können demonstriret werden.

A. Es giebt mir des Herrn gemachte Figur und Bericht gute Anleitung zu weitern Nachsinnen. Aber! was solte wol (daß ich doch zufoderst umb permission weiter Bemühens bitte) die Meinung seyn, wenn Trigedachter berühmter Author in seinem Anhang nachdem er einen Triangel in gleiche oder ungleiche Theile durch die Calculation mittelst der Cosſ zu theilen in besagten Anhang gelehret, und darauf auch solches durch Linien zeiget und sehr nett demonstriret, schreibet, daß die unterste Seite auf die Helffte getheilet, und von dannen eine Linie auf die andere Seite in einem gewissen punct solle gezogen und solcher punct so lange gesuchet werden, bis man eine Linie von dannen zu dem unten gesetzten punct, als wovon die Scheide Linie soll angehen, könne gezogen werden; so die unterste Seite in solcher massen zerschneidet, wenn man auf solchen Durchschnitt aus dem obersten Winckel eine Lienie ziehet, daß solche mit vorgedachter Linie parallel-lauffe; da dann durch solche Scheide=Lienie die Theilung geschiehet; wesfalß der Author, daß in der Calculation die Masse oder Länge in binomischen Zahlen (binomia sind, wann einer zu extrahirenden Zahl + annecriret wird als $\sqrt{}$ 17. + 3., dahergegen dergleichen $\sqrt{}$.17 ÷ 3. deren residua heissen) heraus kommen und gefunden werden, davon man die äusserste perfection in gemeinen Zahlen nicht bekommen möge, vorher berichtet, und zuletzt schreibet nach Translation des Sebastiani Curtii.

> Inmassen dasjenige, so von suchen des Puncts gesagt ist, gleicher Gestalt auch von den Binomischen Zahlen, dieselbe rational zu machen, gesaget werden kan.

Zwar mag ich so viel abnehmen, daß das Facit durch Rechnen auch nur bey nahe zutreffen. Aber! was sollte der Author, von Zahlen rational zu machen, vor Meinung gehabt haben?

B. Wer darauf eine resolvirte Antwort wolte geben, muste desselben Schriften wol kundig, und in der Mathesi gründlich fundiret seyn. Ich will nur melden, was mir bey dieser Gelegenheit beyfällt. Es hat der Herr selbst erwehnet daß eine Linie obgedachter massen nur bey nahe zu theilen.

A. O! mon Amy wird so viel sagen wollen, daß, wenn man z. E. vor dem kleinern Theil setzet 6. und vor dem grössern 1 Q.

6
1 Q
———
1 Q. + 6
6
————————
kommen, 1. Zl = 6 Q + 36

S

nemlich

nemlich, wenn man das größte mit sich selbst, (oder quadriret) und das gantze mit dem kleinern multipliciret, alsdann accurat eintreffen müsse.

$$1\ Zl \text{ mit } 6\,Q + 36.$$

woraus aber kein genaues Facit zu finden. Denn wenn man operiren wolte

$$\begin{array}{llll} 1\ Zl = & 6\ Q & + & 36 \\ \tfrac{1}{2}) & \overline{3} & & \ 9 \\ & 3 & & \overline{45} \\ & \overline{9} & & \end{array}$$

kan aus 45. keine rationale und gleichsam auf ein Haar zutreffende Quadrat-Wurtzel extrahiret werden.

B. Aber! man multiplicire die 45. durch 5. kommen 225., woraus doch eine accurate Wurtzel nemlich 15. kan extrahiret werden.

A. Ich will versuchen, ob solches mit andern Zahlen auch angehe

$$\begin{array}{lll} 1\ Zl = 8\ Q + 64 & 1\ Zl = 10.\ Q + 100. & 1\ Zl = 12\ Q + 144 \\ \overline{4}\quad 16 & \overline{5}\quad 25 & \overline{6}\quad 36 \\ 4\quad \overline{80} & 5\quad \overline{125} & 6\quad \overline{180} \\ \overline{16}\quad\ \ 5 & \overline{25}\quad\ \ 5 & \overline{36}\quad\ \ 5 \\ \sqrt{q.})\ \dfrac{400}{20} & \sqrt{q.})\ \dfrac{625}{25} & \sqrt{q.})\ \dfrac{900}{30} \end{array}$$

da es nun die probe hält, will mir die Ursachen davon ausbitten:

B. Man setze zum voraus, wenn man ein unformlich Stück von einer gewissen Materie hat, so sich solcher gestalt dehnen lässt, daß man es in einem accuraten Quadrat-Figur bringen könne, so daß, was davon einerwerts ab-solches anderwerts wieder zugehe, daß also doch

dieselbige

dieselbige Fläche von gleicher Grösse bleibe: oder aus einem Klumpen Wachs eine unförmliche fläche Figur, so allenthalben gleiche dicke, gemachet: und aus selbige oder einem gleicher grösse Klumpen eine quadrat-Figur von selbiger dicke, als die vorige Figur formiret, da dann die Flächen allenthalben gleicher masse bleiben; obschon sie in einer andern Figur oder form kommen. Ich nehme nun, die Maasse der unformlichen Fläche sey 45. Ellen. Wenn dann solche in einer Quadrat Figur gebracht; wäre gleichsahm jede Elle der Masse in 5. Theilen getheilet worden, so, daß auf jeder Seite 15 solcher Theilen käme.

A. Ich bewundere zwar solches billig: Gestehe anbey, daß es wol begreiffen könne. Allein! ich vernehme noch nicht, warumb es eben in 5. zu theilen.

B. Posito 1. so kommt die Vergleichung

1

1 Q
———————
1 Q + 1

1 Zl = 1 Q + 1

operire $\frac{1}{2}$) $\frac{1}{2}$

= $\frac{1}{2}$

+ $\frac{1}{4}$

1

1 $\frac{1}{4}$ oder $\frac{5}{4}$. als welche die 45.

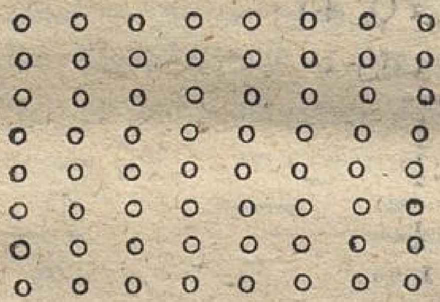
von dem Zl. 36. oder die 125. von dem Zl 100. ausmachen. Nun $\frac{5}{4}$ mit $\frac{5}{4}$ quadrit komen $\frac{25}{}$ Ergo die 45. oder 125. mit 5. multipliciret, welches aber so viel bedeutet, als wenn man jede Unität in 5. Theil vertheilet: Kommen solcher Theile auch quadrat-Zahlen.

A Sind also solcher Theilen Quadrat-Zahlen in der Masse gleicher grösse mit dem getheileten. Allein! wenn ich setze

o o o o
o o o o
o o o o
o o o o

und theile jedes in 4. Theile, als :

kommen :



so treffen die Wurtzel doch nicht überein. Denn von jenem ist Rad. 4. von diesen aber 8 sind $\frac{8}{4}$ oder 2. Ich will aber itzo mit weitern Kopfbrechen ferner keine Mühe machen, sondern nehme hiemit mein schließliches Adieu.

B. Und ich gebe meiner Rede dann auch ein danckſagendes

E N D E.

Nachrede des Authoris dieser Gespräche.

Vor allen statte ich o HERR der Heereschaaren!
  Dir billig-schuldigst Danck in tieffster Demuth ab:
Daß Du gar wunderlich erlängert meine Jahren /
  Wie schon mein matter Leib geeylet hin zum Grab.
Du hast mir kräfftiglich in trüben Schwachheits-Fällen
  Erhalten und Dein Wort an mir doch wahr gemacht:
So kont' mich gar der Feind seiner List nicht fällen;
  Weil Deine Engeln mich behütet und bewacht.
Dafür ich nicht vermag Dich gnugsahm zu erheben:
  Ob wol ich Dein Gericht sehr wundervoll gespührt.
Ja Deine Güt und Treu will ich in jenem Leben
  Zu rühmen danckbahr seyn: Wie Du mich hast geführt.
Ich habe dann dis Werck durch Deine Gnad vollendet:
  Drum soll auch eintzig Dir / ja Dir / die Ehre seyn.
Nichts mir / nichts mir / will ich / aus eiteln Ruhm geblendet /
  An Kräfften schreiben zu: Denn es ist alles Dein.
Ob wol dis Werck gering / so ist doch / wie man pfleget
  Zu sagen leicht darin begreifflich der Verstand

Demnach

Demnach ſo danck ich dann dem Leſer / der da heget /
Die Meinung daß es komm von einer treuen Hand.
Es bleibt doch Stückwerck nur/was hier wird hoch ge-
trieben :
Wie ſolches alle Tag auch in der That erſcheint.
Wer gütlich judicirt / wird auch / was ſchlecht ge-
ſchrieben /
Entſchuldigen damit : Es iſt doch wol gemeint.

Addenda & Mutanda.

Pag.1.Erste Entrevüe lin.6 nechst den Wörtern **von den Arabern** herkommen, noch einzurücken: Oder, wie andere wahrscheinlicher behaupten, von denen Indianern durch die Araber mit der Regul ihrer Ordnungs-Stetten zu uns gesand worden. Daselbst für **von die**, lies: **vor die.**

pag.2.lin.26. hinter die Wörter: Deren sich die Araber, einzurücken oder vielmehr die Indianer. pag.3.lin.17. für **denselben**, lies: **demselben.**

pag.10.lin.2 für **das viel**, lies: **daß so viel.**

pag. 12. in der Figur nechst der letzten für $\frac{3}{12}$ oder $\frac{3}{4}$. lies: $\frac{3}{12}$ oder $\frac{1}{4}$.

p.14.lin.5. für **da**, lies: **dann.** p.15.l.ult für $\frac{10}{8}$ oder $\frac{40}{24}$ lies: $\frac{10}{6}$ oder $\frac{40}{24}$

p.37.in der 2ten Figur ist das L auszulöschen. p. 55. lin. 11. ist das erste Wörtlein so auszulöschen, und an statt: Zumahl zu setzen: 3 mahl.

p.58 unten in der figur für 1 Q ÷ 1. lies: 1 Q ÷ 12. p.63.l.1.für st. lies: part. lin.14 stehet unter 100 rc.496. soll stehen unter 1000. oder Tausend nur drey als: 6.28. 496. Und statt der lateinische L eine kleine teutsche l. stehen, und so viel heissen, als: laut. p.64.solte das Zeichen) nur immer vor zwo Zahlen einmahl gesetzet seyn. p.70 soll in der ersten figur der | die mittelste o durchschneiden. p.80 unten der figur l. 2. für **zu sehen**, lies: **zu setzen.** p.92 in der 2ten figur für 16000 lies: 1600.

p.99. Ist die erste Figur anfangs also zu verstehen: das 2. und 1. sind 3. 2. und 3 sind 5. rc. dann 3. und 1. sind 4. 5 und 4. sind 9. rc. l.ult. für 1000 lies: 100.

p.103. in der ersten differ. müssen die Zahlen 5.7.9. und 11. zur Deutlichkeit etwas erhobener gesetzet seyn. p. 108 l.8 soll für minus nur stehen min. und solches so viel heissen als minori.

p.112 in der ersten Figur in der 3ten Reihe für 3+2.2+1.1+3. lies: 3÷2.2+2. 1+3+3. p.114. lin. 1. soll an statt der Ziffer 1. ein comma stehen.

p.117 lin. ult. für mit dieser, lies: umb dieser.

p. 122. lin.13. soll das daselbst befindl. 1 R oder 1. Radix, nach dem Worte item folgen. p.130. lin.3. für mit solcher Zahl, lies: mit solcher Zahl Zl.

Die übrige etwa vorkommende errata, wird der geneigte Leser zu gut halten.