

Landesbibliothek Oldenburg

Digitalisierung von Drucken

Neuvermehrter vollkommener Rechenmeister, Oder Selbstlehrendes Rechen-Buch

Hemeling, Johann

Franckfurt, 1726

VD18 12794341

Progressio Harmonica.

urn:nbn:de:gbv:45:1-18698

Progressio Harmonica.

Progressio Harmonica, ist eine künstliche Ubertretung, da die Zahlen nicht in Gleichheit, Differenz oder Proporz, wie bey vorig Arithmetisch oder Geometrischer Progress, auf- oder absteigen: sondern einer andern kunstartig eingeschlossenen Proporz sind. Gibt keinen ausnehmenden Griff, die Zahlen (wie ein Arithmetisch und Geometrischer Progress) anders, dann nach gemeiner Versammlung, in eine Summa zu bringen, sondern lehret: Wie selbig, und was demnach sonst abgeheth, soderlich zu finden.

Behor wir aber zu sothaner Anweisung schreiten, ist zu merken:

Erstlich: Wie sich hält die erste Zahl einer Harmonischen Progress, gegen die dritte: Also hält sich die Differenz der ersten und zweyten, zur Differenz der zweyten und dritten Zahl, und also fort.

Zweytens: Wann man vielfältigt die Proporz der ersten gegen die zweyte, mit der Proporz der zweyten gegen die dritte, so kommt gleich so viel, als wann man abtheilt die erste durch die dritte Zahl.

Drittens: Wann man vielfältigt die Proporz der zweyten gegen die erste, mit der Proporz der dritten gegen die zweyte, so kommt gleich so viel als wann man abtheilt die dritte durch die erste Zahl.

Viertens: Wann man die Differenz der erst und zweyten Zahl versamlet zur Differenz der zweyt und dritten Zahl, so kommt, ist die Proporz aufsteigend, gleich so viel als wann man abzeucht die erste von der dritten, oder niedersteigend, die dritte von der ersten Zahl.

Fünffens: Wann man vielfältigt die Proporz der ersten, gegen die zweyten, mit der Proporz der zweyten gegen die dritt, und kommenden fern mit der dritten, so kommt die erste Zahl.

Sechsfens: Wann man vielfältigt die Proporz der zweyten gegen die erste, mit der Proporz der dritten gegen die zweyten, und kommenden hinwieder mit der ersten, so kommt die dritte Zahl.

Sie



Siebendens: Wann man einer Harmonischen Progreß, äußerster kleinest und größter Zahl Differenz, mit der kleinesten Zahl, vielfältigt, kommendes durch die Summ sothaner kleinest und größten Zahl abtheilt, und zu erlangtem Theile die kleinste Zahl versamlet, so kommt Medium Proportionale oder die Mittelzahl.

Achtens: Wann man die zwei äußerste Zahlen einer Harmonischen Progreß versamlet, kommendes mit Medium Proportionale oder der Mittelzahl vielfältigt, kommt zweymal so viel als wann man die beyden äußersten Zahlen zusammen vielfältigt. Andere dergleichen Eigenschaften mehr für dießmal in der Kürze zu geschweigen.

Willt du eine wachsend oder aufsteigend Harmonische Progreß haben, so nimm deines Gefallens für dich, wie sie nicht zuvor bekandt sind, zwei Zahlen, derogestalt, daß die zweyt etwas grösser, aber doch nicht zwey oder mehrmal so groß als die erste ist, und sothane zwei Zahlen, sind der begehrten Progreß erst und zweyte Zahl, und selbige zu erstrecken beschiehet also: Die Differenz oder Ubertretung der erst und zweyten Zahl nimm ab von der erst oder kleinsten Zahl, desgleichen vielfältige die erst und zweyte Zahl zusammen, und durch vorerlangten Uberschuß theil ab, was aus besagter Vielfältigung erwachsen, kommender Theil ist die dritte Zahl. Weiter so wiederhohle nechsten Bericht: Nimm ab die Differenz oder Ubertretung der zweyten und erlangten dritten, von der zweyt oder kleinsten Zahl, desgleichen vielfältige sothane zweyt und dritte Zahl zusammen, und durch vorerlangten Uberschuß theil ab was aus nechster Vielfältigung erwachsen, kommender Theil ist die vierdte Zahl. Ferner: Nimm vor dich, wie ist, die dritte und vierdte Zahl, handelt ertheilter Lehre gemäß, so kommt die fünffte Zahl. Und derogestalt kanst du alle folgende Zahlen so viel möglich finden. Wo aber die Differenz oder Ubertretung einig vorhabender Zahlen grösser, oder ja so groß, als sothan kleiner Zahl ist, derogestalt, daß sie davon nicht kan abgenommen werden, oder o zum Uberschusse kommt, so ist unmöglich die Progreß weiter zu erstrecken, und solches begiebt sich allemal, wann derofürhabende beyde Zahlen größte Zahl zwey oder mehrmal so groß als die kleiner ist: Dann mit solchen Zahlen endigen sich alle aufsteigende Harmonische Progressen, drum dann (wie vor gesagt) selbige mit dergleichen nicht anzufahen, und wann sie sich eräugen, die Verfabrung, weiter aufsteigende Zahlen zu finden, umsonst und vergeblich ist.

Wilt

Wilt du aber, ein ab- oder niedersteigend Harmonisch Progreß machen, so nimm deines Gefallens vor dich zwei Zahlen, derogestalt, daß die zweyte, (gilt gleich wie viel) kleiner als die erst ist, und sothane zwei Zahlen, sind der Progreß erst und zweyte Zahl, und selbig zu erstrecken, beschiehet also: Die Differenz oder Ubertretung der erst und zweyten, versammle zur erst oder größten Zahl, beßgleichen, vielfältige die erst und zweyte Zahl zusammen, und durch vorerlangte Summ theil ab, und aus besagter Vielfältigung erwachsen kommender Theil, ist die begehrte dritte Zahl. Weiter, wiederhole nechsten Bericht: Die Differenz oder Ubertretung der zweyt- und erlangten dritten, versamle zu dero zweyten oder größern Zahl, beßgleichen vielfältige sothane zweyt und dritte Zahl zusammen, und durch vorerlangte Summ theile ab, was aus nechster Vielfältigung erwachsen, kommender Theil ist die vierdte Zahl. Ferner nimm, wie igt für dich die dritt und erlangte vierdte Zahl, handelt als vorbeschriebener Lehr gemäß, so kommt die fünffte Zahl, und dergestalt, kan man die niedrigsten Harmonische Progreß unendlich erstrecken.

Diese Lehren sind künstlich und gut, doch etwas weitläufftig, drum einß, wie in diesen Sachen beschäfftigt, folgende Art ersonnen, welche sehr sondersam, so nach Gefallen, nebst zur Proba zu gebrauchen.

Harmonische Progreß kürzlich zu finden, ist zu wissen: Das $\frac{10}{9} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1}$ und so unendlich hoher anfahend, aus einer jeden Zahl, als ersten Progreß-Zahl, den ersten Bruch nach Vielheit der Zahlen genommen, die zweyte Progreß-Zahl, aus deren hinwiederum den zweyten Bruch, die dritt Progreß-Zahl und so fort, ein aufsteigend- und $\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{5}{6} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{7}{8} \cdot \frac{8}{9} \cdot \frac{9}{10} \cdot \frac{11}{12}$ zc. unendlich, als vor ausgenommen, eine niedersteigend Harmonische Progreß herfürbringt. Wann aber die erst und zweyte Zahl, kunstgemäß, bekannt: So setze die zweyte Zahl über eine Linie, und die erste Bruchweise darunter. Erkleinre die Zahlen so viel möglich, kommender Bruch ist die Proporz der ersten und zweyten Zahl, den Bruch erstrecke vorbemeldter Art, so weit die Sach erfordert. Da auch einige Mittel-Zahl der Progreß bekannt, kan auch die Progreß auf solch Art gefunden werden, und erwachsen daraus viel Subtilitäten, deren der Kunstübende mit Verwunderung, unter angewandten Fleiß, wird wahrnehmen und althier zu berühren zu weitläufftig. Merck folgende Aufgaben:

1. Ich will eine aufsteigend Harmonische Progress, deren erste Zahl 1 und die zweyte $1\frac{1}{2}$ seyn soll, so weit als möglich, erstrecken, was für Zahlen sind? Antw. 1. $1\frac{1}{2}$. 3.

Machs also: Nach erster Art:

Von $1\frac{1}{2}$ zweyter Zahl.

Nimm 1 erste Zahl.

In $\frac{1}{2}$ Differenz von 1 erst. 1 erst Zahl. } vielfältige.
 $\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{2}$ zweyt. }

In $\frac{1}{2}$, theile $1\frac{1}{2}$.

Antw. 1 erst. $1\frac{1}{2}$ zweyt und 3 dritte Zahl.

Zweyte Art:

$1\frac{1}{2}$ zweyte Zahl.	3	} Antwort: So auch mit an- deren.
1 erste Zahl.	2	
	$\frac{1}{2}$	
	3	
— aus: 1 erster Zahl § — aus: $1\frac{1}{2}$ zweyte Zahl § 3 dritte Zahl.		

2. Man hat ein aufsteigend Harmonisch Proareß, deren erste Zahl 2, und die zweyte 3, so weit als möglich ist, erstreckt, was für Zahlen sind? Antw. 2. 3. 6.

3. Man will ein aufsteigend Harmonische Progress deren erste Zahl 3, und die zweyte 4 seyn soll, so weit möglich ist, erstrecken, was für Zahlen sind? Antw. 3. 4. 6. 12.

4. Erstrecke so weit möglich ein aufsteigend Harmonische Progress, deren erste Zahl 4, und die zweyte 5 anbetragt: was für Zahlen sind? Antw. 4. 5. $6\frac{2}{3}$. 10. 20.

5. Erstrecke so weit als möglich eine aufsteigend Harmonische Progress, deren erste Zahl 5, und die zweyte 6 ist: was für Zahlen sind? Antw. 5. 6. $7\frac{1}{2}$. 10. 15. 30.

6. Erstrecke so weit als möglich eine aufsteigend Harmonische Progress, deren erste Zahl 6, und die zweyte 7 anbetragt: was für Zahlen sind? Antw. 6. 7. $8\frac{2}{3}$. $10\frac{1}{2}$. 14. 21. und 42.

7. Suche drey Zahlen niedersteigend Harmonischer Progreß, deren erste Zahl 6, und die zweyte 4 anträglich: welche finds? Antwort: 6. 4. und 3.

Machs also nach erster Art.

Von 6 erste Zahl.

Nimm 4 zweyte Zahl.

2 Differenz. viels. 6 erste Zahl.

+ 6 erste Zahl mit 4 zweyte Zahl.

In 8 Summ theile 24.

Ant. 6 erst 4 zweyt und 3 dritte Zahl.

Zweyte Art.

4 zweyte Zahl.	2	2 aus 6 erste Zahl	} Antwort.
6 erste Zahl.	3	12 ¾ aus 4 zweyte Zahl	
	12	3 dritte Zahl	

8 Suche 4 Zahlen niedersteigend Harmonischer Progreß, deren erste Zahl 12, und die zweyte 6 anbeträgt, was für Zahlen finds? Antw. 12. 6. 4. und 3.

9 Gib fünf Zahlen niedersteigend Harmonischer Progreß, deren erste Zahl 4, und die zweyte 3 ist, was für Zahlen finds? Antw. 4. 3. $2\frac{2}{3}$. 2. $1\frac{1}{2}$.

10. Gib sechs Zahlen niedersteigend Harmonischer Progreß, deren erste Zahl 60 und die zweyte 30 ist, was für Zahlen finds, Antw. 60. 30. 20. 15. 12. 10.

11. Finde sieben Zahlen niedersteigend Harmonischer Progreß, deren erste Zahl 420, und die zweyte 210 ist, was für Zahlen finds? Antw. 420. 210. 140. 105. 84. 70. 60.

h h

12 Find

12. Find 8 Zahlen niedersteigend Harmonischer Progreß, deren erste Zahl 200, und die zweyte 100 ist, was für Zahlen sind? Antw. 200. 100. $66\frac{2}{3}$. 50. 40. $33\frac{1}{3}$. $28\frac{2}{3}$. 25. Also auch mit andern.

Man kan auch ein Harmonische Progreß finden, dergestalt: Daß man die erst und letzte Zahl, wie vorgedacht, eigenen Gefallens nimt, und suchet dann nach Anleitung vorherkührter sieben der Eigenschafft Harmonischer Progreß, zwischen den beyden Zahlen, die Mittelzahl, und ferner zwischen ders erlangten mittel und ersten, auch ders mittel und letzten, hinwieder eine Mittelzahl, und so fort. Wollen aber nach nächst meiner Art darunter procediren. Merck folgende Aufgaben.

13. Suche fünff Zahlen Harmonischer Progreß, deren erste Zahl 10 und die letzte 30 ist. Was für Zahlen sind? Antw. 10. 12. 15. 20. 30.

Machs also nach der zweyten Art: Weiln 5 Zahlen seyn sollen, so setze die Brüche nach vorbenannter Art für dich, und handel als folgt: als

$\frac{6}{5}$ aus 10 erste Zahl	} Antwort.
6ϕ	
$\frac{5}{4}$ aus 12 zweyte Zahl	
6ϕ	
$\frac{4}{3}$ aus 15 dritte Zahl	
6ϕ	
$\frac{3}{2}$ aus 20 vierdte Zahl	}
6ϕ	
$\frac{2}{1}$ aus 30 fünffte Zahl	}
6ϕ	

60 wäre die sechste, weil aber nur 5 begehret, kan ausgelassen werden.

14. Suche zwischen 280 und 2520 sieben Mittel-Zahlen Harmonischer Progreß. Was für Zahlen sind? Antw. 315. 360. 420. 504. 630. 840. 1260.

15. Suche 9 Zahlen Harmonischer Progreß, deren erste Zahl 2520 und die fünffte 504 anbeträgt. Was für Zahlen sind? Antw. 2520, 1260, 840, 630, 504, 420, 360, 315, 280.

Sehr

Sehr geschwind und lustig kan man auch aus jeder Arithmetischen Progreß eine Harmonische finden, also: Vielfältige alle Zahlen der Arithmetischen Progreß durch einander kommendes, theile ab durch jede dero vielfältigten Zahlen insonderheit, kommende Theile geben eine Harmonische Progreß. Wo aber die Zahlen Arithmetischer Progreß gegen einander theilbar, so kömmt zwar auch nach gegebener Lehr ein Harmonische Progreß, aber nicht die kleinste, wilt du aber die kleinste haben, so streich von den Zahlen, was in andern begriffen oder aufgehet, durch, und das übrige vielfältige wie vor, und theile kommendes gelehrter massen ab, so erlangst du (in gangen) die kleinste Harmonische Progreß.

16. Mach aus der Arithmetischen Progreß, 18. 15. 12. 9. 6. 3. ein Harmonische Progreß. Was für Zahlen sindts? Ant. 29160. 34992. 43740. 58320. 87480. 174960. Oder: 10. 12. 15. 20. 30. 60. die kleinste in gangen Zahlen.

Machs also: Vielfältige 18. 15. 12. 9. 6. und 3. durcheinander, so kömen 524880, die theile durch 18. 15. 12. 9. 6. und 3 jedes insonders, so kömmt gesetzt Antw. Selbig aber in gangen kleinsten Zahlen zu finden, beschiehet also:

Seh: 18. 15. 12. 9. 6. 3.
 5. 5. 4.
 2

18	
15	90.
12	2.
9	180. gibt Antwort.
6	
3	

In theile

17. Aus der Arithmetischen Progreß, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. mach ein Harmonische Progreß, was für Zahlen sindts? 3628800. 1814400. 1209600. 907200. 725760. 604800. 518400. 453600. 403200. 362880. Oder: 2520 1260. 840. 630. 504. 420. 360. 315. 280. 252. die kleinste in gangen Zahlen.

18. Suche von 27720. anfahend, zwölff Zahlen Harmonischer Progreß, und zwar die allerkleinsten, welch in gangen zu

H h 2 zu

zu finden. Was für Zahlen finds? Antw. 27720. 13860.
9240. 6930. 5144. 4620. 3960. 3465. 3080. 2772. 2520.
2310. Also auch mit andern.

Gleichfalls kan man aus jeder Harmonischen hintwieder eine von der Unität ansehend Arithmetische Progress finden, also: Theile die größte Zahl der Harmonischen Progress, erstlich durch sich selbst, darnach auch durch andere Zahlen der Progress, jeder insonderheit, bis zur letzten, kommende Theile geben alleweg ein Arithmetische Progress.

19. Aus der Harmonischen Progress, 60. 30. 20. 15. 12. 10. mach ein Arithmetisch Progress, und zwar die aller kleinste, welch in ganzen Zahlen zu finden. Was für Zahlen finds? Antw. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

60	theile 60	1	Antwort.
30		2	
20		3	
15		4	
12		5	
10		6	

20. Mach aus der Harmonischen Progress, 2520. 1260. 840. 630. 504. 420. 360. 315. 280. 252. ein Arithmetische Progress, und zwar die aller kleinste, welch in ganzen Zahlen zu finden, was für Zahlen finds? Antw. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. Also auch mit andern.

Folgen zur Übung mehr Aufgaben, dem Kunstliebenden zu weiterer Anleitung.

21. Suche sechs Zahlen aufsteigend Harmonischer Progress, deren erste Zahl 30 anbeträgt: Was für Zahlen finds? Antw. 30. 36. 45. 60. 90. 180. Es könnten auch kleinere und grössere Zahlen seyn.

Seh:

20. Ges: $\frac{6}{5}$ aus 30 erste.

180

$\frac{5}{4}$ aus 36 zweyte.

180

$\frac{4}{3}$ aus 45 dritte.

180

$\frac{3}{2}$ aus 60 vierdte.

180

$\frac{2}{1}$ aus 90 fünffte.

180

180 sechste.

Antwort.

22. Gebet sieben Zahlen Harmonischer Progreß aufsteigend, davon die erste Zahl 24 anbeträgt, was für Zahlen finds? Antw. 24 erst, 28 zweyt, 33 $\frac{1}{2}$ dritte, 42, vierdt, 56 fünft, 84 sechst und 168 siebend.

23. Suchet sechs Zahlen niedersteigend Harmonischer Progreß, deren erste Zahl 180 ist, welche Zahlen finds? Antw. 180 erst, 90 zweyt, 60 dritte, 45 vierdt, 36 fünft, und 30 sechst.

Machs also: Ich seh auch, wann man nur in niedersteigenden Harmonischen Progreß, $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}$. etc. aus der ersten Zahl nimmt, daß dann solch Begehren zu finden, als:

Ges: 180 erste Zahl.

1: 90 zweyte.

2: 60 dritte.

3: 45 vierdt.

4: 36 fünfte.

5: 30 sechste.

Antwort.

24. Gebet neun Zahlen niedersteigend Harmonischer Progreß, deren erste Zahl 2520, was für Zahlen finds? Antw. 2520 erst, 1260 zweyt, 840 dritt, 630 vierdt, 504 fünfte, 420 sechste, 360 siebend, 315 acht, und 280 neundte.

25. Ein vornehmer Mathematicus verstorbt, hinterläßt 2205 thl und ein Testament, drin sechs Persohnen zu Erben gesetzt

H h 3

gesetzt

gesezt und verordnet: Daß sie sothane Verlassenschaft nach niedersteigend Harmonischer Progreß miteinander sollen theilen, derogestalt: Daß der nächste Erbe zweymal so viel als nächstfolgender soll haben. Frag: Wie viel theil jeder ders Erben insonders demnach davon gebührsam? Antw. 900 thl A, 450 thl B, 300 thl C, 225 thl D, 180 thl E, und 150 thl F.

Ist nach Anleitung nächst vöriger Aufgabe leicht zu berechnen.

Das sey also für dißmal genug von den Progressen, mehrer Kunstgriff hiervon hat der Kunstbegieriger aus meiner neugebessert Arithmetisch, Poetisch und Historischen Erquickstund, und andern meinen Wercken zu ersehen. Es können aber die hiehergehörig Aufgaben öfters mehr als eine Beantwortung leiden, welches zur Nachricht melden wollen.

Regula De Tri Conversa, five, Inversa.

Oder:

Verkehrter Lehrsatz von Dreyen.

Verkehrter Lehrsatz von Dreyen lehret, auch als vorgehend: Wie man durch drey bekant gegebene Zahlen die vierdte als unbekante Zahl suchen und finden soll.

Verkehrter Lehrsatz von Dreyen wird dieser genannt: Weil alle drunter gehörig Aufgaben, nach vorig gemeinen Lehrsatzes von Dreyen zustehender Art und Eigenschaft, nicht der gestreck für sich gehen; sondern einer verkehrten oder widersinnigen Folge, (Proport) Gleichheit oder Ebenmasse sind zugethan oder unterworfen, derogestalt: Daß man dabey, wo sonst die Natur gemässe, kunstrichtig Antwort soll kommen, anders dann nach vorbeschriebenem Wege des gemeinen Lehrsatz von Dreyen muß verfahren. Demnach die unter hiesig verkehrten Lehrsatz von Dreyen gehörige Aufgaben anbelangend, werden selbige durch verünftige Wohlwegung besienigen, so man berechnen oder zur Antwort will haben, wahrgenommen und erkant. Des gemeinen Lehrsatz von Dreyen angehöriger Aufgaben