

Landesbibliothek Oldenburg

Digitalisierung von Drucken

I. Ueber die Einrichtung allgemeiner Sterbe-Cassen und die dabey vorkommenden Berechnungen. Fortsetzung.

Oldenburgische Zeitschrift,

herausgegeben

von

G. A. v. Halem und G. A. Gramberg.

Dritten Bandes Zwenttes Stück.

I.

Ueber die Einrichtung allgemeiner Sterbe-
Cassen und die dabey vorkommenden
Berechnungen. *)

Fortsetzung

Bei Errichtung einer regelmäßigen Sterbe-
Casse hängt die Frage: welche Mortalitäts-
Tafel zum Grunde zu legen sey? wie gesagt,
allemaal von der Art der Rente und den obwal-
tenden sonstigen Umständen ab; hier aber, wo
die Sache bloß im Allgemeinen betrachtet wer-
den soll, ist diese Frage gleichgültig. Ich wähle
demnach zu dem vorhabenden Zweck die in hie-
siger Gegend bisher am häufigsten gebrauchte
Süßmilch'sche allgemeine Sterblich-

*) S. B. II. St. 6. S. 471. f.

3n Bds 25 St.

Lebens-Ordnung so, wie solche von dem Herrn C. F. Baumann in der von diesem veranstalteten vierten Ausgabe des bekannten Süßmilch'schen Werks: die göttliche Ordnung in der Veränderung des Menschen: Geschlechts u. II, Th. S. 461. S. 319—322, geliefert worden; und da wohl die wenigsten Leser diese Tabelle bey der Hand haben werden, so wird es zur bequemern Uebersicht der in der Folge vorkommenden Berechnungen nöthig seyn, den wesentlichsten Theil derselben hier einzurücken.

Von 10000 neugeborenen Kindern

vom Anfange bis zum Ende des Jahrs	sterben	leben am Ende	mittlere Lebens-Dauer
1	2500	7500	36,818
— — 2	890	6610	40,707
— — 3	430	6180	42,505
— — 4	250	5930	43,276
— — 5	140	5790	43,31
— — 6	120	5670	43,216
— — 7	110	5560	43,061
— — 8	90	5470	42,762
— — 9	80	5390	42,389
— — 10	70	5320	41,94
— — 11	50	5270	41,333
— — 12	40	5230	40,646
— — 13	40	5190	39,955

Von 10000 neugeborenen Kindern

vom Anfange bis		sterben	leben am mittlere Le-	
zum Ende	des Jahrs		Ende	bens-Dauer
—	14	40	5150	39,261
—	15	40	5110	38,565
—	16	40	5070	37,865
—	17	40	5030	37,162
—	18	40	4990	36,456
—	19	40	4950	35,747
—	20	40	4910	35,034
—	21	50	4860	34,373
—	22	50	4810	33,741
—	23	50	4760	33,091
—	24	50	4710	32,437
—	25	50	4660	31,779
—	26	50	4610	31,118
—	27	50	4560	30,454
—	28	50	4510	29,675
—	29	60	4450	29,181
—	30	60	4390	28,573
—	31	60	4330	27,962
—	32	60	4270	27,348
—	33	60	4210	26,731
—	34	60	4150	26,111
—	35	60	4090	25,486
—	36	70	4020	24,921
—	37	70	3950	24,353
—	38	70	3880	23,784
—	39	70	3810	23,212
—	40	70	3740	22,637
—	41	70	3670	22,059
—	42	70	3600	21,478
—	43	70	3530	20,894
—	44	70	3460	20,307

Von 10000 neugeborenen Kindern

vom Anfange zum Ende des Jahrs	bis	sterben	leben am Ende	mittlere Le- bens-Dauer
—	45	70	3390	19,716
—	46	70	3320	19,121
—	47	80	3240	18,581
—	48	80	3160	18,038
—	49	80	3080	17,494
—	50	80	3000	16,947
—	51	90	2910	16,456
—	52	90	2820	15,965
—	53	90	2730	15,475
—	54	90	2640	14,985
—	55	90	2550	14,496
—	56	90	2460	14,009
—	57	90	2370	13,522
—	58	90	2280	13,036
—	59	90	2190	12,551
—	60	90	2100	12,067
—	61	90	2010	11,585
—	62	90	1920	11,015
—	63	100	1820	10,687
—	64	100	1720	10,28
—	65	100	1620	9,883
—	66	100	1520	9,501
—	67	100	1420	9,135
—	68	100	1320	8,789
—	69	100	1220	8,449
—	70	100	1120	8,18
—	71	90	1030	7,851
—	72	90	940	7,554
—	73	90	850	7,301
—	74	80	770	7,008
—	75	80	690	6,762

Von 10000 neugebornen Kindern

vom Anfange zum Ende des Jahrs	bis	sterben	leben am Ende	mittlere Le- bens-Dauer
—	76	70	620	6,469
—	77	70	550	6,229
—	78	60	490	5,931
—	79	60	430	5,689
—	80	60	370	5,53
—	81	50	320	5,316
—	82	40	280	5,004
—	83	40	240	4,754
—	84	40	200	4,605
—	85	30	170	4,33
—	86	30	140	4,15
—	87	20	120	3,758
—	88	20	100	3,41
—	89	20	80	3,138
—	90	20	60	2,017
—	91	10	50	2,52
—	92	10	40	2,275
—	93	10	30	1,533
—	94	10	20	1,05
—	95	10	10	0,6
—	96	9	1	0,5
—	97	1	0	

Da die Anwendung dieser Tabelle auf der Wahrscheinlichkeits-Rechnung beruht; so erfordert es der Zweck dieser Abhandlung, auch davon das Nothwendigste in möglichster Kürze hier beybringen.

Im gemeinen Leben pflegt man gewöhnlich nur dasjenige wahrscheinlich zu nennen, was mehr Gründe für als wider sich hat. Was eben so viel Gründe für als wider sich hat, heißt alsdenn ungewiß, und das, was mehr wider, als für sich hat, unwahrscheinlich. In diesem Sinn werden aber in der Rechenkunst die Worte: wahrscheinlich oder Wahrscheinlichkeit, nicht gebraucht, sondern es wird da alles wahrscheinlich genannt, was geschehen oder nicht geschehen kann, was also auf der einen Seite weniger, als gewiß, auf der andern Seite aber doch mehr, als bloß möglich, ist.

So oft demnach mehrere Begebenheiten dergestalt mit einander verbunden sind, daß unter gewissen Umständen eine von allen geschehen muß, die Eine aber eben so leicht, als jede der Uebrigen, sich ereignen kann, eben so oft ist die Frage: wie wahrscheinlich ist es, daß diese oder jene bestimmte Begebenheit geschehe? ein Gegenstand der Rechenkunst; denn es läßt sich annehmen, daß wenn die Umstände, unter welchen irgend eine

von allen Begebenheiten sich ereignen muß, eben so oft in einer gleichmäßigen Ordnung Statt finden, als einzelne Begebenheiten vorhanden sind, auch jeder der Letztern einmal sich zutragen werde,

Wenn z. B. jemand mit einem Würfel sechs mal werfen kann, so darf er hoffen, nach und nach alle Seiten oder Zahlen desselben von 1 bis 6 zu treffen; wären ihm aber weniger, als 6 Würfe, erlaubt, so würde die Wahrscheinlichkeit, irgend eine bestimmte Zahl zu werfen, seyn;

für 1 Wurf = $\frac{1}{6}$

— 2 Würfe = $\frac{2}{6}$

— 3 Würfe = $\frac{3}{6}$ u. s. w.

Die Kenntniß von der Anzahl aller günstigen oder ungünstigen, und aller überhaupt möglichen Fälle, verbunden mit der Voraussetzung, daß der Eine eben so leicht, als jeder der Uebrigen, sich zutragen könne, giebt also einen bestimmten Begriff von der Wahrscheinlichkeit eines einzelnen Falls; und um diesen Begriff für die Rechenkunst durch Zahlen auszudrücken, formirt man, wie oben zu erste,

hen, einen Bruch, der die Menge aller günstigen Fälle zum Zähler, und die Menge aller überhaupt möglichen Fälle zum Nenner hat.

Da auch dem Geschehen einer Sache das Nichtgeschehen derselben entgegen steht; so ist klar, daß, wenn die Wahrscheinlichkeit gefunden werden sollte, die jemand hätte, mit einem Würfel auf einen oder mehrere Würfe irgend eine bestimmte Zahl nicht zu treffen, diese seyn würde:

$$\text{für 1 Wurf} = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$$

$$\text{— 2 Würfe} = 1 - \frac{2}{6} = \frac{4}{6}$$

$$\text{— 3 Würfe} = 1 - \frac{3}{6} = \frac{3}{6} \text{ u. s. w.}$$

Ferner kann der Fall eintreten, daß mehrere von einander unabhängige Begebenheiten gegeben sind, und die Frage ist, wie wahrscheinlich es sey, daß einige derselben, oder alle zugleich, sich ereignen? — In dergleichen Fällen wird die gesuchte Wahrscheinlichkeit dadurch gefunden, daß man die Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Begebenheiten auf eine dem Sinn der Aufgabe angemessene Weise mit einander multiplicirt. Auch dieser Satz läßt sich vermittelst

der Würfel leicht begreiflich machen. Wollte z. B. jemand die Wahrscheinlichkeit wissen, die er hätte, mit zwey Würfeln auf einen Wurf die beyden As zu treffen; so erhellt sogleich

- 1) daß der gefragte Fall nur auf eine einzige Art Statt finden könne, mithin die Anzahl aller günstigen Fälle, oder der Zähler des Wahrscheinlichkeits:Bruchs = 1 sey, daß aber
- 2) da man gegen jede einzelne Zahl des einen Würfels sechs verschiedene Zahlen mit dem zweyten Würfel treffen kann, überhaupt $6 \times 6 = 36$ Fälle möglich sind, folglich
- 3) die gesuchte Wahrscheinlichkeit = $\frac{1}{36}$ seyn müssen, d. h. der Spieler hat die Hoffnung, die beyden As oder irgend ein Paar andere bestimmte Zahlen in 36 Würfe einmal zu treffen.

Nach dieser flüchtigen Ansicht der Theorie von der Wahrscheinlichkeits:Rechnung wird sich die Anwendbarkeit der Letztern auf die Mortalitäts:Tafel erklären lassen; man nehme also nunmehr die Letztere statt der Würfel zur Hand.

Läßt man irgend ein Glied in der dritten Columne der Sterblichkeits-Ordnung, welche nemlich die von der anfänglichen Gesamtzahl am Ende eines jeden Jahrs annoch übrigen Individuen angiebt, den Nenner, und irgend ein nachfolgendes Glied derselbigen Columne den Zähler eines Bruchs seyn; so drückt dieser Bruch die Wahrscheinlichkeit oder den Werth der Hoffnung aus, die ein gesunder Mensch von dem neben dem Nenner in der ersten Columne der Tabelle befindlichen Alter hat, nach so viel Jahren, als von da an bis zu derjenigen Stufe des Alters, welche neben dem Zählen in der ersten Columne angetroffen wird, in chronologischer Ordnung verfließen müssen, annoch unter den Lebendigen zu seyn.

Würde also z. B. gefragt, wie Wahrscheinlich es sey, daß eine 90 jährige Person nach 4 Jahren annoch lebe? so wäre die Antwort: $\frac{20}{80}$, weil nemlich von 60 Neunzigjährigen nach 4 Jahren noch 20 übrig sind. Eben so muß im Gegentheil der Ausdruck: $1 - \frac{20}{80}$ oder der Bruch: $\frac{40}{80}$, die Wahrscheinlichkeit angeben, daß eine 90 jährige Person nach 4 Jahren nicht

mehr lebe, denn es werden der Sterblichkeitstafel zufolge von 60 neunzigjährigen Individuen während des besagten Zeitraums 40 die Schuld der Natur bezahlen müssen.

Eine andere Frage ist die: wie lange wird eine Person von gegebenem Alter auf dem Wege bis zu einem bestimmten spätern Ziele wahrscheinlich leben? — es fällt in die Augen, daß, um die Antwort auf eine solche Frage zu finden, die Lebens-Wahrscheinlichkeiten für alle einzelne Jahre, von dem termino a quo an bis zum termino ad quem, gesucht und addirt werden müssen. Da z. B. die Lebens-Wahrscheinlichkeit eines Neunzigjährigen gefunden wird

$$\text{für das erste Jahr} = \frac{50}{80}$$

$$\text{— — zweite —} = \frac{40}{80}$$

$$\text{— — dritte —} = \frac{30}{80}$$

$$\text{— — vierte —} = \frac{20}{80}$$

so hat ein Individuen dieses Alters die Hoffnung, auf dem Wege bis zum Ende seines 94sten

$$\text{Jahrs } \frac{50 + 40 + 30 + 20}{60} = 2\frac{1}{3} \text{ Jahren}$$

zu verleben, und dieser collective Hoffnungs- Werth pflegt unter der nachfolgenden Beding

gung die hypothetische oder mittlere Lebensdauer genannt zu werden.

Da die von Jahr zu Jahr ausfallenden Mitglieder einer Gesellschaft weder im Anfange noch am Ende des Jahrs auf einmal, sondern, dem Laufe der Natur gemäß, allmählig, dahinscheiden; so darf und muß man bey Mortalitäts-Berechnungen, die einige Schärfe erfordern, annehmen, daß von einer gegebenen Menge lebender Menschen, im Durchschnitt genommen, jedes Mitglied die Mitte seines Sterbe-Jahrs erlebe, daß folglich die Summe aller Lebens-Jahre einer Gesellschaft bis zu irgend einem bestimmten Ziele um die Hälfte der Zahl aller bis dahin gestorbenen Mitglieder grösser seyn müsse, als sie auf die obige Weise durch Addition der vollen Lebens-Jahre herausgebracht werde.

Bev der Bestimmung des Werths einer Leibrente kommt es also mit darauf an, ob die Rente bloß für die vollen Lebens-Jahre des Rentenirers oder derjenigen Person, auf deren Leben oder Tod sie für jenen erkauft worden, oder bis an den Todestag des Einen oder Andern, erhoben

werden soll; denn offenbar muß im letztern Falle eine halbe Rente mehr, als im Erstern, in Anschlag gebracht werden.

Unter Leibrenten versteht man im ausgedehnten Sinne des Worts, wie bereits erinnert worden, eine periodische Einnahme oder Rückzahlung von einem weggegebenen Capitale, das mit dem Leben einer oder mehrerer bestimmten Personen verlohren geht; eine solche Einnahme muß also, wenn weder der Entrepreneur, noch derjenige, mit welchem dieser den Contract abschließt, lädirt seyn soll, den gemeinen oder landüblichen Zins um so viel übertreffen, daß dadurch zugleich das Capital selbst in dem angenommenen Zeitraum nach und nach wieder getilgt wird. Je grösser demnach die Dauer einer Leibrente nach der Wahrscheinlichkeit des menschlichen Lebens vorausgesetzt werden muß, d. h. je jünger diejenige Person ist, mit deren Leben die Verbindlichkeit des Entrepreneurs erlöschen soll, desto kleiner muß der periodische Betrag der Rente seyn, und umgekehrt: je kürze das Ziel ist, eine desto höhere Rente kann terminlich vergütet werden.

Die Absicht dessen, der ein Capital solcher gestalt aufopfert, ist, sich selbst oder irgend einem andern auf seine Lebenszeit eine Einnahme zu verschaffen, die grösser ist, als das Einkommen der gewöhnlichen Rente, und bequemer und sicherer, als die Einkünfte der Industrie. Ein Leibrenten-Contract ist also, von dieser Seite betrachtet, eigentlich nur Sache solcher Personen, die entweder keine Angehörige haben, für die sie, dem Natur-Rechte zufolge, ihr Vermögen zu conserviren verpflichtet sind, oder, Falls sie diese selbst zum Gegenstand ihrer Fürsorge machen, solche auf keinem andern Wege vor Mangel zu schützen wissen. Doch dieser Punct kann erst in der Folge näher erörtert werden.

Die gemeinen Leibrenten

zerfallen eben so, wie die sogenannten Verbindungs-Renten, in verschiedene Classen. Sie können nemlich 1) stetig, das heißt, für alle Termine gleich und nach gleichen Zwischenzeiten zahlbar; 2) ruhend oder aufgeschoben; 3) aufhörend; 4) unstätig, oder so, daß

ße mit den Terminen steigen oder fallen, oder nach ungleichen Zwischenzeiten erhoben werden; 5) aufhörend und wiederanfangend, seyn.

Renten, die sogleich, d. h. ein Jahr, ein halbes Jahr u. s. w. je nachdem die Termine beym Institut bestimmt sind, nach dem Beytritt ihren Anfang nehmen und ununterbrochen, bis zum Tode des Rentenirers 2c. fortlaufen, können nur durch eine bey der Reception auf einmal baar zu erlegende Summe, die man die Miße der Rente nennt, erkaufte werden. In Ansehung derjenigen Renten hingegen, die nicht gleich, sondern erst nach mehrern bestimmten Terminen, oder nach dem Ableben eines oder mehrerer Menschen erhoben, oder in der Folge durch gewisse Ruhe-Jahre unterbrochen werden sollen, finden periodische Beyträge Statt, die aber allemal mit dem Anfange des Renten-Genusses aufhören müssen, weil bey einer unmittelbaren Verbindung eines Beitrags mit dem Empfange einer Rente kein Vorteil, weder für den Entrepreneur noch für den Rentenirer, gedenkbar ist.

Zur nähern Erläuterung der Sache mögen folgende Beyspiele dienen.

Erstes Beyspiel.

Ein Neunzigjähriger verlangt eine Leibrente von 100 Rthlr. die 1 Jahr nach Erlegung der Waise zum erstenmale, und ferner alljährlich bis an seinen Todestag bezahlt werden soll; was wird er nach dem Zinsfuß, 4 pr. Ct., bey der Aufnahme baar zu entrichten haben?

Man stellt sich in solchen und allen ähnlichen Fällen vor, daß eben dasjenige, was ein singulus verlangt, von einer Menge einzelner Köpfe verlangt werde, die dem in der zum Grunde gelegten Mortalitäts-Liste neben dem Alter des Expectanten befindlichen numero aller Lebenden gleich ist, berechnet darnach zuvörderst, was die ganze Gesellschaft zu bezahlen haben würde, und dividirt darauf die gefundene Summe durch die Anzahl der Mitglieder.

Da nun nach der Sterblichkeits-Ordnung die Menge aller Neunzigjährigen = 60, und hiervon nach 1 Jahr noch 50, nach 2 Jahren noch 40 u. s. w. übrig sind; so ist die Rechnung zu der vorstehenden Aufgabe eigentlich folgende:

Der Entrepreneur oder die Casse hat wahr-
scheinlich zu bezahlen

über 1 Jahr, und zwar

a) an 50 lebende Interessenten

à 1 Rente, macht . . . 50 Renten

b) für 10 Gestorbene, à $\frac{1}{2}$ Rente 5 —

Summa der Renten über 1 Jahr 55 —

über 2 Jahr auf gleiche Weise

an 40 Lebende und für 10

Gestorbene 45 —

über 3 Jahr an 30 Lebende und

für 10 Gestorbene 35 —

über 4 Jahr an 20 Lebende und

für 10 Gestorbene 25 —

über 5 Jahr an 10 Lebende und

für 10 Gestorbene 15 —

über 6 Jahr an 1 Lebenden und

für 9 Gestorbene $5\frac{1}{2}$ —

über 7 Jahr für 1 Gestorbenen $\frac{1}{2}$ —

Summa aller wahrscheinlich zu

bezahlenden einzelnen Ren-

ten 181 —

3n Bds 2s St.

8



Diese Summe nun durch die Zahl der anfänglichen Personen = 60 dividirt, giebt für jede Einzelne derselben 3,017, mithin genau so viel einzelne Renten, als ihre anfängliche mittlere Lebensdauer nach der Mortalitäts-Tafel einzelne Jahre beträgt. Hiernach muß also bey regelmässig eingerichteten Leibrenten-Cassen jeder Interessent eigentlich den (durch die doppelte Rabatt-Rechnung auszumittelnden) Werth von so viel einzelnen Renten bezahlen, als seine anfängliche mittlere Lebensdauer nach eben denselbigen Terminen, wornach die Rente erhoben werden soll, ausmacht; und es ist klar, nicht nur, daß bey dieser Voraussetzung — wobey offenbar sowohl für den Entrepreneur oder die Cassé auf der einen, als für die Genossen der Societät auf der andern Seite eben so viel zu gewinnen als zu verlieren steht — die möglich grösste Billigkeit und individuelle Gleichmässigkeit zum Grunde liege, sondern auch, daß es unmöglich sey, diese Vorzüge mit irgend einer andern Rechnungs-Form in gleichem, noch weniger aber in einem höhern Grade, zu verbinden, so lange es an einem Maassstab fehlt, durch

den sich der zukünftige Erfolg in Ansehung der Sterblichkeit unter dem menschen-Geschlecht genauer oder sicherer bestimmen läßt, als dies durch den Maasstab geprüfter Erfahrungen bisher hat geschehen können.

Obgleich nun nach dem Obigen eben sowohl bey den Leib-Renten; als bey den Zeitrenten: Verträgen ein bestimmtes Ziel angenommen werden kann und muß; so gestattet doch die Natur der Sache nicht, den Werth einer Leibrente auf eben die Weise, wie den Werth einer Zeitrente, zu berechnen. Der Zeitrenten: Geber bezahlt von Termin zu Termin, wo nicht eine und dieselbige, doch immer eine vom Anfange an als unveränderlich bestimmte Summe, und seine Verpflichtung gegen den Rentenirer hört nach so viel Terminen, als er einzelne volle Renten zu bezahlen übernommen hat, gänzlich auf. Der Entrepreneur einer Leibrenten: Casse hingegen bezahlt innerhalb so viel Terminen, als er der Wahrscheinlichkeit nach einzelne volle Renten rechnen muß, im Durchschnitt nur etwa Zweydrittel bis höchstens Dreyvirtel des ganzen Betrags derselben; über den successiven Abtrag

des Restes verfließt gewöhnlich eine noch längere Zeit, als bis dahin verfloßen war, und während der ganzen Dauer des Contracts nimmt die Größe der periodischen Ausgabe in einer sehr unbestimmten Ordnung ab. Statt daß also z. B. der gegenwärtige baare Werth einer Zeitsrente von jährlich 100 Rthlr. die, gleich der obigen Leibrente, aus 3,017 volle Termine bestehen soll, bey dem Zinsfuß, 4 pr. Ct., aus der einfachen Formel:

$$\left[\frac{\left(\frac{26}{25}\right)^{3,017} - 1}{\left(\frac{26}{25}\right)^{3,017} + 1} - \left(\frac{26}{25}\right)^{3,017} \right] \times 100, \text{ ge-}$$

funden wird, muß man bey der obigen Aufgabe den hypothetischen Rentenbetrag eines jeden einzelnen Termins von dem ersten Verfall-Tage an bis zum äussersten Ziele des menschlichen Lebens vermittelt der doppelten Rabatt-Rechnung auf die Receptions-Zeit zurück diskontiren, wie aus der nachfolgenden nähern Entwicklung der obigen Aufgabe erhellt.

Betrachtet man die vorhin gefundenen, an 60 neunzigjährige Personen nach und nach zu

bezahlenden einzelnen Renten als Unitäten, so ist nach der doppelten Rabatt: Rechnung zu 4 pr. Ct. der anfängliche baare Werth derselben, und zwar

der Renten üb. 1 Jahr	=	$55 \times \frac{25}{20}$	=	52,88462
— — — 2 —	=	$45 \times (\frac{25}{20})^2$	=	41,60503
— — — 3 Jahr	=	$35 \times (\frac{25}{20})^3$	=	31,11487
— — — 4 —	=	$25 \times (\frac{25}{20})^4$	=	21,37011
— — — 5 —	=	$15 \times (\frac{25}{20})^5$	=	12,32891
— — — 6 —	=	$5,5 \times (\frac{25}{20})^6$	=	4,34673
— — — 7 —	=	$0,5 \times (\frac{25}{20})^7$	=	0,37996

Summa: 164,03022

Man würde also einem Neunzigjährigen für eine sogleich baar zu erlegende Summe von $\frac{164,03022}{60} = 2,733837$ Rthlr. eine jährliche

Leibrente von 1 Rthlr. folglich für die Summe von 273,3837 Rthlr. auf die bedungene Weise jährlich 100 Rthlr. vergüten können.

Allein mit einem singulo einen solchen Contract einzugehen, würde offenbar nicht gerathen seyn, da es den entwickelten Grundsätzen zufolge eben so wahrscheinlich ist, das ein Rentnier

Über seine anfängliche mittlere Lebensdauer — als bis dahin ungefähr nur das bestimmte Einschuss-Capital zur Abhaltung der versprochenen Pensionen hinreicht — hinaus lebt, als, daß er vor Erreichung derselben verstirbt, und im erstern Falle der Entrepreneur einen unersetzlichen Verlust würde erleiden müssen. Sehr auffallend ist es daher, daß dessen ungeachtet hin und wieder dergleichen so höchst unsichere und gefährliche Griffe in das Glücks-Rad entriert zu werden pflegen; ja man hat Beyspiele, daß ein solches Wagestück mitunter sogar von Männern begangen worden, die auf die Gründung der vorzüglichsten Versorgungs-Anstalten unserer Zeit einen entscheidenden Einfluß hatten! — Konnten ihre Rathschläge von Irthümern frey seyn? —

Mit mehrern Individuen zugleich aber läßt sich die Sache immer wagen. Denn lebt der eine Interessent etwa zu lange, so stirbt dagegen ein Andere um so viel früher; der Entrepreneur oder die Casse hat mithin in solchen Fällen allemal die Wahrscheinlichkeit für sich, daß dasjenige, was etwa bey der einen Hälfte der Gesellschaft mögte verlohren, bey der andern Hälfte wieder werde

gewonnen werden, und es ist einleuchtend, daß bey einer gutgewählten Mortalitäts: Tafel der Werth dieser Aussicht mit der Menge der Genossen steigt und fällt.

Freylich läuft auf der andern Seite eben so auch der Rentenirer Gefahr, bey dem Contract zu kurz zu kommen; denn stirbt dieser früher, als bis er den Betrag seines weggegebenen Capitals durch den Renten: Genuß wieder erhalten hat, so ist das Uebrige für seine Erben auf immer verloren. Allein hier treten Umstände und Rücksichten ein, die den ganzen Gesichtspunkt verändern.

Einmal nemlich ist jene individuelle Unzuträglichkeit so sehr mit der Natur einer ordentlichen Sterbe: Cassé verwebt, daß sie sich schlechterdings nicht beseitigen läßt, ohne daß man zugleich diejenigen Eigenschaften einer solchen Einrichtung vernichtete, die gerade ihren höchsten Werth ausmachen. Denn sollte die Bedingung Statt finden, daß jeder Interessent genau den werth seines geleisteten Beytrags wieder bekommen müßte; so würde der große Zweck, alle Mitglieder bis an das Ende ihres Lebens zu versor:

gen, vereitelt seyn, das Unmögliche nicht einmal zu gedenken, was in der Ausführung eines solchen Pian zu liegen scheint. Zweitens darf eine Sterbe-Casse von keinem Expectanten als ein Depot, aus welchem er seine individuelle Einlage einst mit Wucher wieder erhalten werde, wie dies freylich bey manchem schlecht unterrichteten Spekulantem der Fall seyn mag, betrachtet, sondern sie muß als eine Anstalt angesehen werden, die eigentlich nur zum Besten hilfloser Menschen, und zwar mehr für das spätere, als für das frühere Alter, existirt, zu deren Bestande aber ein jeder Interessent nach dem Verhältniß der Wahrscheinlichkeit beyträgt, die er hat, in der Folge der Wohlthaten derselben theilhaftig zu werden, und wobey folglich das Glück, mehr, als den Betrag ihrer Einschüsse wieder zu bekommen, nur denjenigen Genossen zu Theil werden kann, die über das bey der Berechnung des Werths ihrer Renten angenommene Mittel-Alter hinaus leben.

Wer also in seinem Innern keinen Beruf fühlt, zu einem gemeinnützigen und menschenfreundlichen Zweck dieser Art mitzuwirken; wer

Ach bey dem Gedanken nicht zu beruhigen weiß, daß dasjenige, was er auf irgend einen ungewissen Glücks: oder Unglücks: Fall für seine Selbsterhaltung zu viel gethan haben würde, nur solchen seiner Mitmenschen zu Gute kommen werde, deren Sustentation entweder ganz oder zum Theil auf fremder Unterstützung beruht, dem steht allerdings zu rathen, auf die Theilnahme an einer regelmässig eingerichteten Sterbe:Casse, in sofern er nicht etwa dazu gezwungen wird, für immer Verzicht zu leisten.

Aus diesen Betrachtungen läßt sich zugleich noch der wichtige Schluß ziehen, daß billig bey keiner Sterbe:Casse, sie habe Namen, wie sie wolle, — diejenigen ausgenommen, welche zur Unterstützung der öffentlichen Staats:Cassen errichtet werden — irgend jemand, der seinem und der Seinigen Unterhalt auf eine oder die andere Weise entweder selbst zu erwerben im Stande, oder von Andern zu fordern berechtigt ist, aufgenommen werden sollte. Denn ohne eine solche Einschränkung wird mancher Unkundige, Theils aus blosser Gewinnsucht, Theils aber aus Neigung zu einem bequemen und mü-

Eigen, Leben, sich zum Beytritt verleiten las-
 sen, ohne vorher zu überlegen, ob er selbst oder
 seine Erben das wegzugebende Capital nicht viel-
 leicht besser benutzen könnten. Anstalten jener
 Art, wobey diese Einschränkung nicht Statt fin-
 det, erregen immer den Verdacht, daß ihren
 Stiftern entweder die nöthige Sachkenntniß ge-
 fehlt, oder daß selbige sich von eigennützigen
 Absichten — die freylich, wenn der Plan dar-
 nach eingerichtet ist, dadurch, daß man eine
 große Menge von Theilnehmern zu bekommen
 sucht, um desto sicherer zu erreichen stehen —
 haben leiten lassen. Werden nun noch oben-
 drein den Interessenten zu niedrige Zinsen ver-
 gütet; so kann eine solche Anstalt auf den eh-
 renvollen Titel eines wohlthätigen und gemein-
 nützigen Instituts noch um so viel weniger
 Anspruch machen. Als ein Muster des Gegen-
 theils verdient unter andern vorzüglich die
 Herzoglich Oldenburgische Leibren-
 ten-Casse gepriesen zu werden. Ihre un-
 term 11ten März 1782 emanirten einfachen
 Statuten athmen ganz den Geist der Weis-
 heit, der Uneigennützigkeit und des menschen-

freundlichen Wohlwollens, den dieses glückliche Ländchen seit Jahrhunderten in seinen edlen Beherrschern zu verehren gewohnt ist. Schade nur, daß dieses Institut von so engem Umfange ist, und daher über Kurz oder Lang sehr leicht einmal in den Fall kommen kann, von der Großmuth seines erhabenen Garanten in optima Forma Gebrauch machen zu müssen! —

Ist auf die obige Weise — die man die Auffummirungs-Methode zu nennen pflegt, — der Werth einer Leibrente für ein gewisses Alter gefunden, so erhält man daraus mit sehr weniger Mühe den Werth einer Leibrente für eine um 1 Jahr ältere oder jüngere Person, wie aus folgenden Betrachtungen erhellet.

Gesetzt, daß unter gleichen Bedingungen, wie vorhin bey dem Neunzigjährigen, der Werth einer Leibrente = 1 für einen 91 jährigen Rentenirer gefunden werden sollte, so würde man erklärtermassen folgende Formel zu berechnen haben:

Werth der Rente

$$\text{über 1 Jahr} = 45 \times \frac{25}{28}$$

$$\text{— 2 —} = 35 \times \left(\frac{25}{28}\right)^2$$

$$\begin{aligned} \text{über 3 Jahr} &= 25 \times \left(\frac{25}{26}\right)^3 \\ \text{--- 4 ---} &= 15 \times \left(\frac{25}{26}\right)^4 \\ \text{--- 5 ---} &= 5,5 \times \left(\frac{25}{26}\right)^5 \\ \text{--- 6 ---} &= 10,5 \times \left(\frac{25}{26}\right)^6 \end{aligned}$$

Hält man nun diese Formel mit der Formel für die Waise einer gleichmässigen Rente eines Neunzigjährigen zusammen, so ergeben sich folgende Unterschiede:

- 1) da die tabellarische Anzahl aller Lebenden bey dem 91ten Jahre zu 50 gefunden wird, so ist der General-Nenner, der in der erstern Formel = 60 war, gegenwärtig die Zahl 50;
- 2) Findet sich in der erstern Formel ein Glied mehr, als in der Zweiten, nemlich der Werth derjenigen (ersten) Rente, welche um die Zeit, wo der 91 jährige Rentenier erst beytritt, für den Neunzigjährigen bereits fällig wird;
- 3) Ist der Exponent des Rabatt-Anzeigers bey den gleichnamigen Glieder in der erstern Formel allenthalben um 1 grösser, als in der Letztern.

Hieraus folgt also, daß wenn man die ge-

fundene Waise eines Neunzigjährigen zuvörderst durch das Product aus dem Rabatt: Anzeiger und dem Werth der Hoffnung einer solchen Person, die Verfallzeit ihrer ersten Rente zu erleben, dividirt, und von dem Quotienten sodann die Rente eines einzelnen Termins abzieht, der Rest die gleichmäßige Waise für einen 91 jährigen Rentner seyn müsse. Die ganze Operation besteht demnach in der Entwicklung des Ausdrucks:

$$\left(\frac{2,733837}{\frac{25}{26} \times \frac{50}{60}} \right) - 1, \text{ dessen Werth zu } 2,411829$$

Rthlr. gefunden wird.

Umgekehrt muß also aus der Waise für ein gewisses Alter auch die Waise eines um 1 Jahr jüngern Rentners gefunden werden, wenn man zu Jener zuvörderst die Rente eines einzelnen Termins addirt, und darauf die Summe mit dem Product aus dem Rabatt: Anzeiger und dem Werth der Hoffnung des jüngern Rentners, die Verfallzeit seiner ersten Rente zu erleben, multiplicirt.

Daß übrigens bey einer jeden Sterbe: Casse, die keinen eigenthümlichen Fonds besitzt, ein Bil:



iges zu den Administrations-Kosten mit in Anschlag gebracht werden wüsse, versteht sich von selbst, und setze ich daher diese Bedingung, so wie überdem den Zinsfuß, 4 pr. Ct., in der Folge allenthalben stillschweigend voraus.

Zweytes Beyspiel.

Eine 84 jährige Person verlangt eine jährliche Leibrente von 100 Rthlr. die erst 8 Jahr nach Erlegung der Rente anfangen, von da an aber bis an ihren Todestag ausgezahlt werden soll. Den Werth dieser Rente will der Expectant zur Hälfte sogleich baar, zur andern Hälfte aber während der Wartzeit mittelst jährlicher Beyträge entrichten; was muß er an Antrittsgeld erlegen, und wie hoch wird überdem der jährliche Beytrag seyn?

Da der Renten-Genuß erst mit dem Ende des 92ten Lebensjahrs des Rentenirs seinen Anfang nimmt, so ist der baare Werth derselben und zwar

der ersten Rente:

$$= 100 \times \frac{40}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^8 = 14,6138 \text{ Rthlr.}$$

der zweiten Rente:

$$= 100 \times \frac{35}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^9 = 12,29527 \text{ Rthlr.}$$

der dritten Rente:

$$= 100 \times \frac{25}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^{10} = 8,44455 \text{ Rthlr.}$$

der vierten Rente:

$$= 100 \times \frac{15}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^{11} = 4,87186 \text{ Rthlr.}$$

der fünften Rente:

$$= 100 \times \frac{5,5}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^{12} = 1,71764 \text{ Rthlr.}$$

der sechsten Rente

$$= 100 \times \frac{0,5}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^{13} = 0,15014 \text{ Rthlr.}$$

Summa: 42,09326 Rthlr.

Es wird demnach die sogleich baar zu entrichtende Summe seyn:

$$\frac{42,09326}{2} = 21,04663 \text{ Rthlr.}$$

Der jährliche Beytrag würde am Ende des 8ten Lebensjahrs des Rentenirers zum ersten; und am Ende des 9ten Lebensjahrs desselben zum letzten; in Allem also 7 Mal, zu bezahlen seyn, folglich ist der Unitäts-Werth desselben, und zwar

$$\begin{aligned}
 \text{des ersten Beytr.} &= \frac{170}{200} \times \frac{25}{28} = 0,8173078 \\
 \text{— zweiten —} &= \frac{140}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^2 = 0,6471893 \\
 \text{— dritten —} &= \frac{120}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^3 = 0,5333977 \\
 \text{— vierten —} &= \frac{100}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^4 = 0,4274021 \\
 \text{— fünften —} &= \frac{80}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^5 = 0,3287708 \\
 \text{— sechsten —} &= \frac{60}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^6 = 0,2370944 \\
 \text{— siebenten —} &= \frac{20}{200} \times \left(\frac{25}{28}\right)^7 = 0,1819794
 \end{aligned}$$

Summa: 3,1811415

$$\text{Es wäre mithin } \frac{21,04663}{3,1811415} = 6,616063$$

Rthlr. die Grösse der jährlichen Contribution.

Sollte gar kein Antritts-Capital, sondern bloß, und zwar vom Ende des 84ten Lebensjahrs des Rentenirers an bis zum Ende seines 91ten Jahrs, ein jährlicher Beytrag entrichtet werden; so würde da hier der Nenner des Bruchs wegen des praenumerando zu bezahlenden Beytrags um 1 vermehrt werden muß,

$$\begin{aligned}
 \text{dann die Grösse desselben seyn: } & \frac{42,09326}{3,1811415 + 1} \\
 & = 10,05305 \text{ Rthlr.}
 \end{aligned}$$

Drittes Beyspiel.

Ein Achtzigjähriger verlangt eine jährliche Leibrente von 100 Rthlr. dergestalt, daß solche

5 Jahr nach einander, und zwar über 1 Jahr zum erstenmal, gehoben, darauf 5 Jahr ganz aufhören, nach deren Ablauf aber wieder anfangen und bis an seinen Todestag fortdauern soll; wie groß wird die Waise seyn?

der Werth der Rente ist

$$\begin{aligned} \text{f. d. 1ste J. } & 100 \times \frac{345}{370} \times \frac{25}{26} = 89,65698 \text{ Rtl} \\ \text{— 2te —} & 100 \times \frac{300}{370} \times \left(\frac{25}{26}\right)^2 = 74,96402 \text{ —} \\ \text{— 3te —} & 100 \times \frac{260}{370} \times \left(\frac{25}{26}\right)^3 = 62,47001 \text{ —} \\ \text{— 4te —} & 100 \times \frac{220}{370} \times \left(\frac{25}{26}\right)^4 = 50,8262 \text{ —} \\ \text{— 5te —} & 100 \times \frac{185}{370} \times \left(\frac{25}{26}\right)^5 = 41,09635 \text{ —} \end{aligned}$$

*
*
*
*
*

$$\begin{aligned} \text{— 11te —} & 100 \times \frac{50}{370} \times \left(\frac{25}{26}\right)^{11} = 8,77822 \text{ —} \\ \text{— 12te —} & 100 \times \frac{45}{370} \times \left(\frac{25}{26}\right)^{12} = 7,59645 \text{ —} \\ \text{— 13te —} & 100 \times \frac{35}{370} \times \left(\frac{25}{26}\right)^{13} = 5,68111 \text{ —} \\ \text{— 14te —} & 100 \times \frac{25}{370} \times \left(\frac{25}{26}\right)^{14} = 3,90186 \text{ —} \\ \text{— 15te —} & 100 \times \frac{15}{370} \times \left(\frac{25}{26}\right)^{15} = 2,25107 \text{ —} \\ \text{— 16te —} & 100 \times \frac{5,5}{370} \times \left(\frac{25}{26}\right)^{16} = 0,79365 \text{ —} \\ \text{— 17te —} & 100 \times \frac{0,5}{370} \times \left(\frac{25}{26}\right)^{17} = 0,06938 \text{ —} \end{aligned}$$

Summa der Werthe aller Renten: 348,0853 Rtl.

Diese Formel kann zugleich als Anleitung zur Berechnung, sowohl einer aufgehenden, als einer aufgeschobenen Leibrente dienen; von welcher Letztern ich inzwischen um der Ver-

stimmung eines eventuellen periodischen Beytrags
 willen ein besonderes Beyspiel (m. s. die zweyte
 Aufgabe) zu geben, mich veranlaßt fand.

Viertes Beyspiel.

Ein 90 jähriger verlangt eine Leibrente der-
 gestalt, daß er über 1 Jahr 100 Rthlr., über
 2 Jahr 150 Rthlr. und so ferner am Ende eines
 jeden vollen Lebensjahrs 50 Rthl. mehr, für
 das Sterbejahr also nichts bekomme; was wird
 er an Wiße sogleich baar zu entrichten haben?

Werth der Rente

üb. 1 J.	=	$\frac{50}{600} \times 100 \times \frac{25}{26}$	=	80,1282	Rthl.
— 2 :	=	$\frac{40}{600} \times 150 \times (\frac{25}{26})^2$	=	92,45562	—
— 3 :	=	$\frac{30}{600} \times 200 \times (\frac{25}{26})^3$	=	88,89964	—
— 4 :	=	$\frac{20}{600} \times 250 \times (\frac{25}{26})^4$	=	71,233665	—
— 5 :	=	$\frac{10}{600} \times 300 \times (\frac{25}{26})^5$	=	41,09635	—
— 6 :	=	$\frac{1}{600} \times 350 \times (\frac{25}{26})^6$	=	4,6101673	—

Summa: 378,4236423 Rthl.

Fünftes Beyspiel.

Ein Stebenzigjähriger übergiebt einer Sterbe-
 Cassé die baare Summe von 2000 Rthlr. un-
 ter der Bedingung, daß ihm, so lange er lebt,
 am Ende eines jeden vollen Jahrs eine ge-
 wisse gleichmässige Leibrente ausgezahlt, am

Ende seines Sterbejahrs aber das ganze Ein-
schuß: Capital an seine Erben zurück gegeben
werden soll; was wird die Cassé dem Rentent-
rer jährlich vergüten können?

Man überlege hier Folgendes:

Nach der Mortalitäts: Ordnung sterben von
1120 siebenzigjährigen Personen

im 1sten Jahre	90,	übrig also	1030
— 2ten —	90,	— —	940
— 3ten —	90,	— —	850
— 4ten —	80,	— —	770

u. s. w. Wenn also 1120 siebenzigjährige In-
dividuen eben das verlangten, was in der Auf-
gabe ein singulus dieses Alters verlangt; so
würde die Cassé sich gefast halten müssen, zu
bezahlen

	an Capital	an Leibrenten in Unitäten
über 1 Jahr	— 90×2000 Rthlr.	— 1030
— 2 — —	— 90×2000 Rthlr.	— 940
— 3 — —	— 90×2000 Rthlr.	— 850
— 4 — —	— 80×2000 Rthlr.	— 770

u. s. w. Es muß folglich, wenn man die jähr-
liche Rente p nennt, das Risiko mit einem sin-
gulo seyn:

für das Jahr

1 =	$(90 \times 2000 + 1030 p) \times \left(\frac{25}{26}\right)$	$173077 + 990,3847 p$
	1120	1120
2 =	$(90 \times 2000 + 940 p) \times \left(\frac{25}{26}\right)^2$	$166420,1 + 869,0828 p$
	1120	1120
3 =	$(90 \times 2000 + 850 p) \times \left(\frac{25}{26}\right)^3$	$160019,4 + 755,6469 p$
	1120	1120
4 =	$(80 \times 2000 + 770 p) \times \left(\frac{25}{26}\right)^4$	$136768,7 + 658,1992 p$
	1120	1120
5 =	$(80 \times 2000 + 690 p) \times \left(\frac{25}{26}\right)^5$	$131508,35 + 567,1298 p$
	1120	1120
6 =	$(70 \times 2000 + 620 p) \times \left(\frac{25}{26}\right)^6$	$110644 + 489,995 p$
	1120	1120
7 =	$(70 \times 2000 + 550 p) \times \left(\frac{25}{26}\right)^7$	$106388,5 + 417,9548 p$
	1120	1120
8 =	$(60 \times 2000 + 490 p) \times \left(\frac{25}{26}\right)^8$	$87682,84 + 358,0383 p$
	1120	1120



$$\frac{84310,44 + 302,1124 \text{ P}}{1120}$$

$$\frac{81067,7 + 249,9588 \text{ P}}{1120}$$

$$\frac{64958,1 + 207,8659 \text{ P}}{1120}$$

$$\frac{49967,77 + 174,8872 \text{ P}}{1120}$$

$$\frac{48045,93 + 144,1374 \text{ P}}{1120}$$

$$\frac{46198 + 115,495 \text{ P}}{1120}$$

$$\frac{33315,88 + 94,395 \text{ P}}{1120}$$

$$\frac{32034,5 + 74,7471 \text{ P}}{1120}$$

$$\frac{(60 \times 2000 + 430 \text{ p}) \times (\frac{25}{26})^9}{1120}$$

$$\frac{(60 \times 2000 + 370 \text{ p}) \times (\frac{25}{26})^{10}}{1120}$$

$$\frac{(50 \times 2000 + 320 \text{ p}) \times (\frac{25}{26})^{11}}{1120}$$

$$\frac{(40 \times 2000 + 280 \text{ p}) \times (\frac{25}{26})^{12}}{1120}$$

$$\frac{(40 \times 2000 + 240 \text{ p}) \times (\frac{25}{26})^{13}}{1120}$$

$$\frac{(40 \times 2000 + 200 \text{ p}) \times (\frac{25}{26})^{14}}{1120}$$

$$\frac{(30 \times 2000 + 170 \text{ p}) \times (\frac{25}{26})^{15}}{1120}$$

$$\frac{(30 \times 2000 + 140 \text{ p}) \times (\frac{25}{26})^{16}}{1120}$$

... 133 ...

für das Jahr				
17 =	(20 + 2000 + 120 p) × $(\frac{25}{26})^{17}$		20534,93 +	61,6048 p
	1120		1120	
18 =	(20 × 2000 + 100 p) × $(\frac{25}{26})^{18}$		19745,13 +	49,3628 p
	1120		1120	
19 =	(20 × 2000 + 80 p) × $(\frac{25}{26})^{19}$		18985,7 +	37,9714 p
	1120		1120	
20 =	(20 × 2000 + 60 p) × $(\frac{25}{26})^{20}$		18255,48 +	27,3832 p
	1120		1120	
21 =	(10 × 2000 + 50 p) × $(\frac{25}{26})^{21}$		8776,672 +	21,9417 p
	1120		1120	
22 =	(10 × 2000 + 40 p) × $(\frac{25}{26})^{22}$		8439,108 +	16,8782 p
	1120		1120	
23 =	(10 × 2000 + 30 p) × $(\frac{25}{26})^{23}$		8114,526 +	12,1718 p
	1120		1120	
24 =	(10 × 2000 + 20 p) × $(\frac{25}{26})^{24}$		7802,43 +	7,8024 p
	1120		1120	

$$\begin{array}{r}
 25 = \frac{(10 \times 2000 + 10 p) \times \left(\frac{25}{26}\right)^{25}}{1120} = \frac{7502,337 + 3,7512 p}{1120} \\
 26 = \frac{(9 \times 2000 + p) \times \left(\frac{25}{26}\right)^{26}}{1120} = \frac{6492,406 + 0,3607 p}{1120} \\
 27 = \frac{(1 \times 2000 +) \times \left(\frac{25}{26}\right)^{27}}{1120} = \frac{693,633}{1120}
 \end{array}$$

... 135 ...

$$\frac{1637749,562 + 6709,2585 p}{1120}$$

Summa:

$$\frac{1637749,562 + 6709,2585 p}{1120} = 2000$$

Demnach wäre also

$$\text{folglich } p = 89,764 \text{ Stkhl.}$$

als die Größe der jährlichen Stente.



Aus dieser Formel erhellt zugleich, wie der Werth eines beym Tode eines Mitgliedes einer Sterbe: Cassé den Erben desselben ein für alle Mal auszuzahlenden sogenannten Sterbepfennings gefunden werde; denn man darf nur das Aggregat des, den Werth des rückfälligen Capitals enthaltenden ersten Theils derselben durch den willkürlich angenommenen Factoren: 2000, dividiren, so giebt der Quotient den baaren Unitäts: Werth einer beym Tode eines Siebenzigjährigen auf einmal zu bezahlenden Summe an.

Doch, auch

Die sogenannten Todten: oder Trauer:
pfennings: Cassé

verdienen, hier nicht ganz mit Sillschweigen
übergangen zu werden.

Der Zweck solcher Anstalten besteht bekanntlich darinn, den Erben eines jeden ihrer Mitglieder beym Absterben desselben eine gewisse Summe Geldes zu verschaffen, deren Betrag allgemein, und als von der absoluten Lebensdauer des Interessenten unabhängig, bestimmt

zu werden pflegt. Diese an sich sehr wohlthätige Einrichtungen sind also eigentlich bloß in Ansehung der Hebung Weise von den gewöhnlichen Leibrenten: Cassen verschieden, es müssen sich daher die Beyträge bey selbigen auch ebenso, wie bey Jenen, nach der Probabilität des menschlichen Lebens bestimmen lassen. Ist aber dies der Fall; — und dafür bürgt ohne allen weitem Beweis schon das obige Beyspiel — so folgt aus den vorhin bey den Leibrenten vorgekommenen allgemeinen Betrachtungen, daß alle andere Berechnungen und Bestimmungen in Absicht auf die Art der Concurrenz, sie mögen seyn, von welcher Form oder Beschaffenheit sie wollen, falsch seyn müssen. — Die Richtigkeit dieses Satzes liesse sich überdem auch sehr leicht noch durch die Erfahrung beweisen; allein diejenigen Einrichtungen, welche dabey zum Vorwurf genommen werden müßten, sind sammt und sonders so sehr unter aller Kritik, daß eine specielle Betrachtung derselben hier nicht des Platzes werth seyn würde.

Die Hauptfehler bey dergleichen Einrichtungen bestehen gewöhnlich darinn, daß man

1) eine gewisse perpetuelle Anzahl von Mitgliedern festsetzt, und die Rechnung, wo nicht ohne alle, doch durchgängig ohne genaue Rücksicht auf den Unterschied des individuellen Alters, so anstellt, daß die Casse nur so lange den bestimmten Trauerpfenning unverkürzt bezahlen kann, als die Gesellschaft vollzählig bleibt:

2) daß kein bedeutender Fonds gesammelt, sondern höchstens nur eine Kleinigkeit als Antritts-Geld bezahlt, und das Uebrige bis zu den eintretenden Sterbfällen ausgesetzt wird.

Aus I folgt nothwendig, daß jede spätere Gesellschaft zur Befriedigung der Vorhergehenden Etwas hergeben müsse; und da dies von jeder folgenden Gesellschaft wahr ist, mithin das Deficit der Casse immer grösser und grösser werden muß, je länger die Einrichtung besteht, so läßt sich die Ursache, warum es dergleichen Anstalten gewöhnlich so bald an Expectanten fehlt, sehr leicht erklären. Tritt nun aber dieser Fall ein — und er bleibt niemals

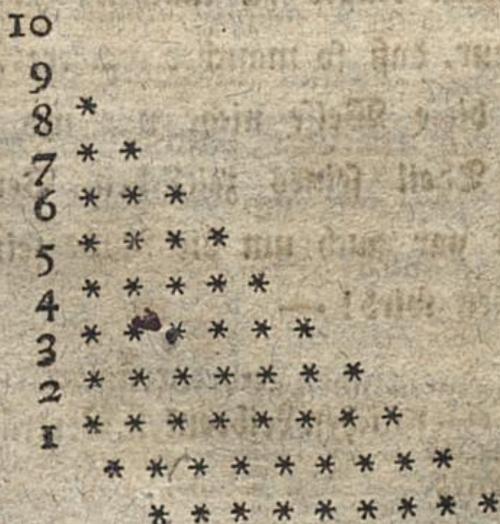
ganz aus — so kommt die Casse natürlich so gleich in Verlegenheit. Es ist dann kein Fonds vorhanden, aus welchem die fehlenden Beyträge ersetzt werden könnten; man muß also entweder die noch laufenden Beyträge erhöhen, oder die Trauervfennings-Summe reduciren, und hiemit ist das Loos über das Schicksal der Anstalt geworfen.

Oft glaubt man, einem solchen Evenement durch die statutarische Bedingung vorgebeugt zu haben, daß bey etwa eintretendem Mangel an Expectanten die Empfänger des Trauer-Vfennings schuldig seyn sollen, in den Platz des Verstorbeneu einen Rekruten zu stellen, unter der Commination, daß widrigenfalls an der zu erhebenden Summe ein gewisses, (gewöhnlich 5), Procent gekürzt werden solle. Ist dies aber in der That nicht noch ärger, als wenn jemand einem Andern ein Capital unter der Bedingung anleihen wollte, daß, Falls er, der Debitor, etwa einst insolvent werden möchte, dieser als denn nicht nur das angeliehene Capital, sondern noch ein gewisses Procent überher zu bezahlen schuldig seyn solle? — In diesem Fall nemlich könnte bey wirklich eintretender Insolvenz des

Anleihers, der Gläubiger nur das weggegebene Capital verliehen bey jener Bedingung hingegen rückt das Institut nicht allein alles, was es den Erben des verstorbenen Genossen heraus giebt, sondern allemal so viel Beyträge, als Sterbfälle bis dahin eintreten, wo der Platz des Verstorbenen etwa wieder ausgefüllt wird. Geschieht dies also — und das ist ganz gewöhnlich der Fall — niemals; so muß der Schade nothwendig am Ende dem Product aus der Grösse eines einzelnen Beytrags und der Summe aller von dem Tode des ausgefallenen Mitgliedes an bis zur gänzlichen Auflösung des Instituts eintretenden Sterbfälle gleich seyn. Von der Richtigkeit dieses Satzes kann man sich figürlich folgendermaasse überzeugen



Die erste Vertikal-Reihe stelle die anfängliche Gesellschaft und ihr allmähliges Aussterben, die Zweite die Beyträge des bey dem ersten, die Dritte die Beyträge des bey dem zweiten Sterbfalle hinzugekommenen Rekruten u. s. w. vor; so fällt in die Augen, daß die Casse so lange, als der Platz eines ausfallenden Mitgliedes so gleich wieder besetzt wird, bey jedem Todesfall die erforderlichen 10 Beyträge richtig erhalten werde, daß folglich unter dieser Bedingung die Anstalt allerdings in infinitum würde bestehen können. Aber nun stelle man sich vor, daß z. B. bey dem ersten Sterbfalle der Platz des Verstorbenen unausgefüllt bliebe, so würde, da als denn die zweyte Vertikal-Reihe ganz hinweg fielle, folgende Figur entstehen



Offenbar würde also nun die Casse bey jedem folgenden Sterb: Fall statt der erforderlichen 10 Beyträge nur 9 dergleichen zu erwarten haben, mithin den 10ten Beytrag so oft zu kurz kommen müssen, als einzelne Sterbfälle entweder bis dahin, daß das fehlende Mitglied etwa wieder ersetzt würde, oder bis zur gänzlichen Aufhebung der Anstalt, bey derselben eintreten.

Doch, die Erfahrung selbst hat die Hinfälligkeit und Incurabilität solcher Einrichtungen schon so vielfältig und so nachdrücklich erwiesen, daß es überflüssig seyn würde, hier noch mehr Worte darüber zu verschwenden. Sie schleichen sich, wie manche andere politische Misgeburt, nur in die Reihe der Dinge ein, um die Welt durch Schaden klüger zu machen; zu bedauern ist dabey nur, daß so mancher wackere Familiens Vater auf diese Weise nicht nur um einen beträchtlichen Theil seines zeitlichen Vermögens, sondern oft gar auch um die Ruhe seines Herzens, betrogen wird! —

Zu den eigentlichen Leibrenten: Verträgen rechnet man ferner

Die sogenannten Totinen.

Eine solche Anstalt kann, im Ganzen genommen, auf zweyerley Art eingerichtet seyn. nemlich 1) so, daß der Rentengeber oder Tontinarius an die ganze Gesellschaft bis zum Tode des letzten Mitgliedes, ohne Rücksicht auf das allmälige Aussterben der Interessenten terminlich eine gewisse unveränderliche Summe bezahlt, worinn die lebenden Genossen sich jedes mal nach der Kopfszahl theilen, und 2) auf die Weise, daß bey dem Tode eines Mitgliedes ein gewisser Theil der Rente oder Actie desselben auf den Tontinarius zurück fällt. Im erstern Fall nennt man das Institut eine einfache, im zweyten aber eine zusammengesetzte Tontine.

Da an einer solchen Einrichtung sowohl alte, als junge Leute müssen Theil nehmen können; so folgt, daß dabey der Billigkeit nach eben so, wie bey den übrigen Arten von Leibrenten-Verträgen, auf das individuelle Alter der Mitglieder gesehen werden müsse. Man pflegt aber hier die Rechnung nicht wie dort, mit jedem einzelnen Individuum anzustel-

len, sondern die Mitglieder nach einem Unterschied von 5 bis 10 oder wohl gar noch mehreren Jahren in gewisse Classen einzutheilen, dergestalt, daß z. B. die 0 bis 5 jährigen zur ersten, die 5 bis 10 jährigen zur zweyten Classe gerechnet werden, u. s. w. Da nun eine ältere Person keine so große Hoffnung, als eine Jüngere, hat, die Längstlebende zu seyn; so ist offenbar, daß, je mehr die Interessenten einer Classe in ihrem Alter von einander abweichen, um desto mehr die Aeltern derselben zum Vortheil der Jüngern beeinträchtigt, folglich diejenigen Continuen an sich allemal die Bessern seyn müssen, die die mehrsten Classen haben.

Da der Continarius, wie gesagt, die einmal bestimmte Summe bis an den Tod des letzten Continisten zu bezahlen, sich verbindlich macht, bey einer Gesellschaft von mehreren Menschen aber leicht Einer ein sehr hohes Alter erreicht; so muß bey Continuen nothwendig das äußerste Ziel des menschlichen Lebens für die wahrscheinliche Dauer der Rente angenommen werden. Um nun dieses Ziel für jede Classe besonders zu bestimmen, gilt folgende Methode.

Man halbirt zuvörderst die in der gewählten Sterblichkeits-Ordnung neben dem Durchschnitts-Alter einer Classe befindliche Menge aller Lebenden, dividirt die eine Hälfte derselben durch die Anzahl aller Individuen, woraus diese Classe besteht, und sucht sodann den Quotienten in der dritten Columne der Mortalitäts-Tabelle unter den Lebenden auf. Diejenige Jahr-Zahl, welche neben diesem Quotienten in der ersten Columne der Tabelle angetroffen wird, ist als das höchste Alter des längstlebenden Mitgliedes eben dieser Classe zu betrachten; von derselben also das anfängliche Durchschnitts-Alter aller Mitglieder derselbigen Classe abgezogen, läßt zum Rest die hypothetische Dauer der Rente.

Bestände z. B. eine Classe aus 100 achtzehnjährigen Mitgliedern, so wäre, da die tabellarische Anzahl aller Achtzehnjährigen = 4990,

$$\frac{4990}{2 \times 100} = 24,95 \text{ oder rotunde } 25. \text{ Diese Zahl}$$

giebt in der Tabelle genau das Medium zwischen dem 93ten und 94ten Jahre, als das höchste Alter des längstlebenden Mitgliedes, an; es würde mithin die Dauer der Rente für eine

solche Classe, zu $93,5 - 18 = 75,5$ Jahren,
anzunehmen seyn.

Gewöhnlich aber pflegt man bey der Ein-
richtung einer Tontine vorzusetzen, daß
alle 0 bis 5 jährige nach 90 Jahren

— 5 — 10	—	— 85 —
— 10 — 15	—	— 80 —
— 15 — 20	—	— 75 —
— 20 — 25	—	— 70 —
— 25 — 30	—	— 65 —
— 30 — 35	—	— 60 —
— 35 — 40	—	— 55 —
— 40 — 45	—	— 50 —
— 45 — 50	—	— 45 —
— 50 — 55	—	— 40 —
— 55 — 60	—	— 35 —
— 60 — 65	—	— 30 —
— 65 — 70	—	— 25 —
— 70 — 75	—	— 20 —
— 75 — 80	—	— 15 —

gestorben seyn werden; allein diese Vorausset-
zung darf wohl nicht unbedingt zur Anwen-
dung kommen, da die Wahrscheinlichkeit, daß
von einer gewissen Menge lebender Menschen ir-

gend einer das höchste Lebens: Ziel erreichen werde, bey einer größern Gesellschaft natürlich grösser ist, als bey einer Kleinern, mithin ein Continarius bey Bestimmung der Dauer seiner Verbindlichkeit nothwendig mit auf die Menge der Interessenten Rücksicht nehmen muß.

Aus diesen Grundbegriffen ergibt sich, daß die Berechnung der von Termin zu Termin zu bezahlenden Renten: Summen bey einer einfachen Tontine äusserst leicht sey, da nemlich diese Summe, sobald nur die Anzahl der Actien nebst ihrer Grösse bekannt, und die Dauer der Rente bestimmt ist, wie eine gewöhnliche Zeitrente gefunden wird. Wenn z. B. von 100 Continisten, bey welchen nach Maassgabe ihres Durchschnitt: Alters eine 50 jährige Lebensdauer angenommen werden müste, jeder eine Actie von 100 Rthlr. versichern wollte, so würde der Continarius jährlich bezahlen können:

$$\left[\begin{array}{r} 10000 \\ \hline \left(\frac{26}{25}\right)^{50} - 1 \\ \left(\frac{26}{25}\right)^{51} - \left(\frac{26}{25}\right)^{50} \end{array} \right] = 465,5 \text{ Rthl.}$$

und mithin jeder Interessent bis zum ersten Sterbfalle nur 4,655 pr. Cent., der Längste:

bende aber 465,5 Rthlr. jährliche Rente zu erwarten haben.

Die Resultate dieser Betrachtungen führen natürlich auf den Schluß: daß bey den Continisten eigentlich nur das Interesse des Entreprenurs beabsichtigt werde, denn dieser bezahlt in dem angenommenen Fall während eines Zeitraums von 50 Jahren nur circa $\frac{13}{20}$ pr. Ct. mehr, als den gewöhnlichen einfachen Zins, und erwirbt sich durch diese Kleinigkeit, die er mit

$$\left(\frac{\left(\frac{26}{25}\right)^{50} - 1}{\left(\frac{26}{25}\right)^{51} - \left(\frac{26}{25}\right)^{50}} \right) \times 65,5 = 1407,085$$

Rthlr. sogleich baar würde abkaufen können, das unbeschränkte Eigenthum eines Capitals von 10000 Rthlr.

Bei jüngern Continisten ist der Vortheil des Continarius noch weit auffallender, da dasjenige, was dieser über den einfachen Zins bezahlt, z. B. für kleine Kinder noch weniger als $\frac{1}{8}$ pr. Ct., betragen kann. Die Sache geht freylich wie sich leicht erweisen läßt, eben so rechtlich, als natürlich zu; für die Interessenten ist und bleibt sie inzwischen immer ein

wahres Hazard: Spiel. Diese geben ihr Capital auf die prekäre Hoffnung eines langen Lebens dahin, ohne zu wissen oder zu bedenken, daß die Möglichkeit, außer dem gewöhnlichen einfachen Zins nur die Hälfte desselben wieder zu bekommen, erst jenseits der Gränze des angenommenen mittlern Ziels ihres fernern Daseyns realisirt werden könne.

Um die Vorzüge zu zeigen, die eine ordentliche Leibrenten: Cassé in Absicht auf die früher sterbenden Genossen vor einer einfachen Tontine hat, mag folgendes Beyspiel dienen.

Gesetzt, daß 100 siebenzigjährige Personen in einer einfachen Tontine jeder eine Actie von 100 Rthlr. versichern wollten, so würde, da in diesem Fall die Dauer der Rente zu 25,5 Jahr angenommen werden müßte, der Tontinarius jährlich bezahlen:

$$\left[\frac{\left(\frac{26}{25} \right)^{26,5} - \left(\frac{26}{25} \right)^{25,5}}{\left(\frac{26}{25} \right)^{25,5} - 1} \right] \times 10000 = 632,7434$$

Rthlr. Hievon würde nun, der Mortalitäts: Ordnung zufolge, jeder Interessent zu erhalten Hoffnung haben:

über	I	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 1030}$	= 6,8803	Rthl
—	2	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 940}$	= 7,5391	—
—	3	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 850}$	= 8,3373	—
—	4	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 770}$	= 9,2035	—
—	5	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 690}$	= 10,2706	—
—	6	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 620}$	= 11,4302	—
—	7	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 550}$	= 12,885	—
—	8	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 490}$	= 14,4627	—
—	9	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 430}$	= 16,4808	—
—	10	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 370}$	= 19,1533	—
—	11	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 320}$	= 22,146	—
—	12	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 280}$	= 25,3097	—
—	13	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 240}$	= 29,528	—
—	14	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 200}$	= 35,4336	—

über 15 J.	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 170}$	= 41,6866 Rthl.
— 16 —	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 140}$	= 50,6195 —
— 17 —	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 120}$	= 59,0561 —
— 18 —	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 100}$	= 70,8673 —
— 19 —	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 80}$	= 88,5808 —
— 20 —	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 60}$	= 118,1121 —
— 21 —	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 50}$	= 141,7346 —
— 22 —	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 40}$	= 177,1682 —
— 23 —	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 30}$	= 236,2242 —
— 24 —	$\frac{632,7434 \times 1120}{100 \times 20}$	= 354,3363 —
— 25 —	632,7434 —

dagegen würde aber ein ordentlicher Rentenirer von gleichem Alter (m. s. das fünfte Beyspiel von den gemeinen Leibrenten) für $\frac{6709,2585}{1120} = 5,99041$ Rthlr. Einschuß: Capital jährlich 1 Rthlr., mithin für eine Waise von 100 Rthlr. jährlich 16,69335 Rthlr. Leibrenten

rente zu erwarten haben. Kurz, ein Interessent einer einfachen Tontine muß bis an das anfängliche hypothetische Ziel seines fernern Daseyns leben, bevor er eine eben so hohe periodische Rente zu bekommen hoffen darf, als er als Interessent einer ordentlichen Leibrenten-Casse sogleich vom Anfange an würde erhalten haben, und der Werth der Hoffnung des Erstern, sein ganzes Einschuß-Capital wieder zu bekommen, verhält sich beym Eintritt in die Societät zu dem Werth einer gleichmäßigen Hoffnung des Letztern ungefähr = 1 : 2. — Freylich ist dagegen die Aussicht für das letzte Einviertheil der Interessenten einer einfachen Tontine um desto glänzender, und der Längstlebende kann über den einfachen Zins sehr leicht noch den zehn- und mehrfachen Werth seines ausgelegten Capitals wieder erhalten; aber wer unter der Menge wird dieser Glückliche seyn? —

Unweit besser stehen sich dagegen die früher sterbenden Interessenten einer zusammengesetzten Tontine. Die Vorzüge dieser Anstalten vor den Anstalten von der zuerst gedachten Art beruhen auf der Größe desjenigen Theils

der Rente, der nach dem Absterben eines Mitgliedes der Gesellschaft dem Continarius anheim fällt; denn je beträchtlicher dieser rückfällige Theil im Verhältniß zu der ganzen Actie ist, desto weniger beträchtlich werden natürlich die spätern Renten ausfallen, und je mehr nähert sich folglich das Institut der Einrichtung einer ordentlichen Leibrenten-Casse.

Was den Einsatz in eine zusammengesetzte Tontine betrifft, so ist klar, daß derjenige Theil der Actie, den bey jedem Sterbfall der Continarius bekommen soll, eben dem Theil der ganzen Mise proportional seyn müsse. Gesezt nemlich, daß eine Gesellschaft von 100 siebenzigjährigen Personen eine zusammengesetzte Tontine von eben so viel Actien, jede zu 100 Rthlr. dergestalt errichten wollte, daß bey dem Tode eine jeden Interessenten die halbe Rente desselben an die Casse zurück fallen sollte, so würde die eine Hälfte des Einschuß-Capitals, = 50 Rthlr., als die Mise einer einfachen Tontine, die andere Hälfte desselben aber als die Mise einer ordentlichen Leibrenten anzusehen und zu berechnen seyn. Da nun der Unitäts-Werth einer

jährlichen Leibrente eines Siebenzigjährigen vor-
hin zu 5,99041 Rthlr. gefunden ist, mithin ei-
nem Individuum dieses Alters für 50 Rthlr.
Antritts-Geld eine jährliche Leib-Rente von
8,34667 Rthlr. gereicht werden kann; so würde
nach Maafgabe der vorhin für die einfache Lon-
zine entworfenen Berechnung jedes lebende Mit-
glied der so eben gedachten Gesellschaft an
Rente zu erwarten haben:

über

$$\begin{array}{r}
 \text{1 J.} \quad \frac{6,8803}{2} + 8,34667 = 11,78682 \text{ Rthl.} \\
 \text{2—} \quad \frac{7,5391}{2} + 8,34667 = 12,11622 \text{ —} \\
 \text{3—} \quad \frac{8,3373}{2} + 8,34667 = 12,51532 \text{ —} \\
 \text{4—} \quad \frac{9,2035}{2} + 8,34667 = 12,94842 \text{ —} \\
 \text{5—} \quad \frac{10,2760}{2} + 8,34667 = 13,48197 \text{ —} \\
 \text{6—} \quad \frac{11,4302}{2} + 8,34667 = 14,06177 \text{ —} \\
 \text{7—} \quad \frac{12,885}{2} + 8,34667 = 14,78917 \text{ —} \\
 \text{8—} \quad \frac{14,4627}{2} + 8,34667 = 15,57802 \text{ —}
 \end{array}$$

über

- 9 J. $\frac{16,4808}{2} + 8,34667 = 16,58707$ —
- 10 — $\frac{19,1533}{2} + 8,34667 = 17,92332$ —
- 11 — $\frac{22,146}{2} + 8,34667 = 19,41967$ —
- 12 — $\frac{25,3097}{2} + 8,34667 = 21,00152$ —
- 13 — $\frac{29,528}{2} + 8,34667 = 23,11067$ —
- 14 — $\frac{35,4336}{2} + 8,34667 = 26,06347$ —
- 15 — $\frac{41,6866}{2} + 8,34667 = 29,18997$ —
- 16 — $\frac{50,6195}{2} + 8,34667 = 33,65642$ —
- 17 — $\frac{59,0561}{2} + 8,34667 = 37,87472$ —
- 18 — $\frac{70,8673}{2} + 8,34667 = 43,78032$ —
- 19 — $\frac{88,5808}{2} + 8,34667 = 52,63707$ —
- 20 — $\frac{118,1121}{2} + 8,34667 = 67,40272$ —
- 21 — $\frac{141,7346}{2} + 8,34667 = 79,21397$ —

über

$$22 \text{ J. } \frac{177,1682}{2} + 8,34667 = 96,93077 \text{ Rthl.}$$

$$23 \text{ — } \frac{236,2242}{2} + 8,34667 = 126,45877 \text{ —}$$

$$24 \text{ — } \frac{354,3363}{2} + 8,34667 = 185,51482 \text{ —}$$

$$25 \text{ — } \frac{632,7434}{2} + 8,34667 = 324,71837 \text{ —}$$

Hieraus erhellt also, daß man einer zusammengesetzten Lontine in eben dem Maaße eine für den früher sterbende Theil der Genossen vortheilhaftere Einrichtung giebt, in welcher man die spätere Ausbeute der Actien reducirt. Diese Reduction könnte sehr beträchtlich seyn, ohne daß dadurch dem Institut eben aller Reiz benommen würde, wenn man z. B. nur gewisse Prämien für das höhere Alter, etwa nach Decennien oder Quinquennien, beybehielte; offenbar würde dadurch eine solche Anstalt, sowohl in Absicht auf Billigkeit als auf Gemeinnützigkeit, nicht wenig gewinnen, der Hauptzweck selbst aber schwerlich jemals darunter leiden.

[Die Fortsetzung folgt.]

Nachricht von dem verstorbenen Johann
Heinrich Logemann.

Das Bedürfniß ist die Mutter der Erfindungen; aber das gesellschaftliche Leben ist die Pflögerin, die Erhalterin derselben! Es ist ein erfreulicher Anblick, zu sehen, wie jedes Individuum, theils mit, theils wider Willen, das Seinige zum Bestand des Ganzen beytragen muß — wie jedes Vermögen benutzt wird — jede Fähigkeit ihren Wirkungskreis findet — jeder Aufwand an Zeit und Kräften verhältnißmäßig wuchert. Das Individuum ist am glücklichsten, entwickelt sich am freyesten, welches auf einem, seinen Fähigkeiten und Neigungen angemessenen Platz steht.

Helden nicht nur, auch Kunst-Gentes, die einer Nation eben so viel Ehre machen, als jene, sind ein Geschenk des Glücks. Zu beiden streut die Natur den Saamen unter alle Völker aus. Aber ob er gedeihen, ob er zu der Vollkommenheit aufwachsen soll, welche das Auge des Vor-